

市立臺中一中 112 學年度第一學期 期末考 高三數學乙 試題

請將答案填入答案卷，否則不予計分。

一、多重選擇題：共 40 分。

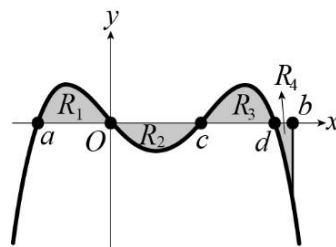
(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1. 設 $y = f(x)$ 之圖形如右，其中四個鋪色區域的面積分別為

$R_1 = 6$ 、 $R_2 = 8$ 、 $R_3 = 4$ 、 $R_4 = 5$ ，下列哪些選項是正確的？

(1) $\int_0^c f(x) dx = -8$ (2) $\int_c^b f(x) dx = 1$

(3) $\int_a^b f(x) dx = -3$ (4) $\int_a^b |f(x)| dx = 3$ (5) $\int_a^b (f(x))^2 dx = 9$



2. 設 $f(x) = (x-2)^3 - 4x + 9$ ，關於函數 $y = f(x)$ 之描述，下列哪些選項是正確的？

(1) $(2,1)$ 是 $y = f(x)$ 的圖形之對稱中心

(2) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸有一個交點

(3) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = -4x + 9$

(4) $y = x^3 + 4x$ 的圖形可由 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移得到

(5) $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ 的餘式為 1

3. 平面上三點， $O(0,0)$ 、 A 、 B ，且 $\triangle OAB$ 為正三角形。若向量 $\vec{v}$ 滿足 $\vec{v} \cdot \vec{OA} > 0$ 及

$\vec{v} \cdot \vec{OB} > 0$ ，設 $\vec{v} = \alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB}$ ，則 (α, β) 可能為下列哪些數對？

(1) $(1,1)$ (2) $(-1,1)$ (3) $(-0.5,1)$ (4) $(0,2)$ (5) $(-1,2)$

4. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ ，下列哪些選項是正確的？

(1) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$

(2) $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

(3) $A^3 = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$

(4) $A^4 = -8A$

(5) 若 k 為實數， $A^{50} = kA^2$ ，則 $k = 2^{48}$

5. 假設地球為一半徑 r 的球體，有一質點 A 沿著東經 30° 的經線往北等速移動，另一質點 B 沿著西經 30° 的經線往北等速移動，已知 A 移動速度為 B 移動速度的兩倍，設 A 、 B 兩點同時出發(不考慮時差)，最後亦同時抵達北極點。試問下列哪些選項可能是 A 、 B 的緯度位置？

(1) A 在赤道、 B 北緯 45°

(2) A 北緯 30° 、 B 北緯 60°

(3) A 北緯 30° 、 B 北緯 15°

(4) A 南緯 30° 、 B 北緯 30°

(5) A 南緯 60° 、 B 北緯 60°

二、填充題：共 60 分。(每格 6 分)

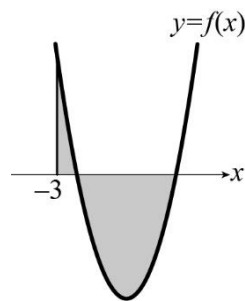
6. 求下列各式的值：

(1) $\int_1^4 (x^2 - 5) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\int_1^4 (x-5)^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 已知 $\int_0^3 (ax^2 - 2x - 1) dx = 15$ ，則實數 a 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 圖中，鋪色區域是函數 $f(x) = x^2 - 4$ 的圖形與 x 軸、 $x = -3$ 所圍成的區域，求鋪色區域面積為 。



9. 設 $F(x)$ 為函數 $f(x) = 3x^2 + ax + b$ 的一個反導函數，且 $F(0) = 4$ ， $F(1) = 2$ ， $F(2) = 6$ ，則 $F(5) =$ 。

10. 地面上有甲、乙兩大樓，已知甲的高度大於乙，且甲、乙兩大樓的水平距離為 200 公尺。若從甲樓頂測得乙樓頂的俯角為 25° ，則甲、乙兩大樓的高度相差 公尺。
(四捨五入至整數位，參考數值： $\sin 25^\circ \approx 0.4226$ ， $\tan 25^\circ \approx 0.4663$ 。)

11. 袋中有紅球、白球、藍球，共 20 顆，其中紅球有 10 顆。從袋中隨機抽取兩顆球（每顆球被抽中的機率相等），若抽出兩顆紅球之機率是抽出兩顆白球之機率的 3 倍，則從袋中隨機抽出兩球，此兩球為相異顏色的機率為 。

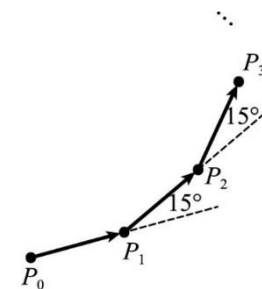
12. 坐標平面上有一個半徑為 10 的圓，其圓心為 O 點。設 A 、 B 為圓上兩點， $\angle AOB$ 為鈍角且 $\triangle OAB$ 的面積為 48，則內積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ 。

13. 從 1 到 20 的 20 個整數中，取出相異的 3 個數 a 、 b 、 c ，使得 b 為 a 、 c 的算術平均數，且 $a < b < c$ ，則 (a, b, c) 的取法有 種。

14. 某次期中考試有 29 名考生，且成績均相異，統計後知 A 、 B 、 C 、 D 四人分別位於第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數，成績依序為 51、62、75 與 94 分。後來發現成績有誤需要調整分數，成績較高的 10 名學生的分數應該要各扣 2 分，成績較低的 10 名學生的分數應該要各加 10 分，其餘學生成績不變。試問：調整後 A 、 B 、 C 、 D 四人的平均分數為 分。

15. 如圖，平面上有一點 P_0 先朝某方向前進 2 個單位長到達點 P_1 後，依前進方向左轉 15° ；朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_2 後，然後再依前進方向左轉 15° ；再朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_3 後，... 依此類推。則向量 $\vec{P_1P_3}$ 與 $\vec{P_2P_3}$ 的內積為 。

(參考數值： $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ， $\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$)



試題結束

答案卷 此卷請繳回

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

得分超過 100 分，以 100 分計。

一、多選題：(每題 8 分，錯一個選項扣 2 分，直到該題 0 分。整題未作答不給分)

1	2	3	4	5
13	13	14	345	124

二、填充題：(每格 6 分)

6.(1)	6.(2)	7	8
6	21	3	13
9	10	11	12
114	93	$\frac{62}{95}$	-28
13	14	15	
90	72	$4+\sqrt{6}+\sqrt{2}$	