

112 學年度第二學期第一次定期考高二數 B 試題

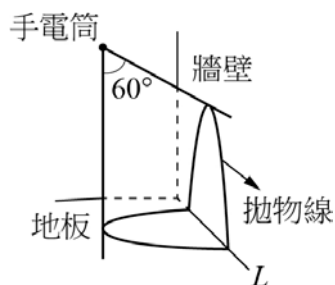
命題範圍：第一章 空間概念

一、單選題（每題 6 分，共 24 分）

1. 設 A, B, C, D 為不共平面的四點， A, B, C, D 到平面 π 的距離都相等，則此平面 π 之個數為

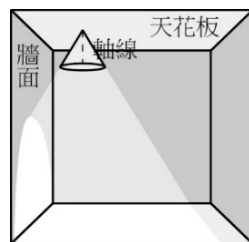
(1) 1 個 (2) 3 個 (3) 4 個 (4) 6 個 (5) 7 個

2. 已知某手電筒照射的光線為直圓錐狀，且光發散的夾角為 60° ，如圖所示。設牆壁與地板垂直且交界處為直線 L ，將此手電筒以垂直於 L 的方向照射，即此直圓錐的軸與 L 垂直。若手電筒照射在牆壁上的光線邊緣為拋物線的一部份，則在地板上的光線邊緣為下列哪種圖形的一部份？



(1) 兩相交直線 (2) 圓形 (3) 拋物線 (4) 長短軸不相等的橢圓 (5) 雙曲線

3. 天花板上有一個圓錐形燈罩的美術燈，燈罩的軸線與牆面平行，如附圖。當開燈時，光源在牆面形成光影，則此光影的邊界為哪一種曲線或曲線的部分圖形？



(1) 圓形 (2) 橢圓 (3) 拋物線 (4) 雙曲線 (5) 二條直線

4. 空間中一點 $P(-8, 6, -6)$ 對三個坐標軸 x, y, z 軸做投影，得投影點 A, B, C ，則 $\triangle ABC$ 之面積為

(1) 36 (2) $36\sqrt{2}$ (3) $6\sqrt{41}$ (4) $6\sqrt{35}$ (5) $6\sqrt{21}$

二、多重選擇題（每題 8 分，共 32 分）

說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 一長方體的六個面分別與 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面平行，若知其中兩頂點坐標為 $(3, -1, 5)$ 、 $(-2, 2, 1)$ ，則下列哪些點亦為此長方體的頂點？

- (1) $(-2, -1, 1)$ (2) $(3, 2, 1)$ (3) $(3, 2, 5)$ (4) $(-1, 2, 5)$
(5) $(-2, 2, 5)$

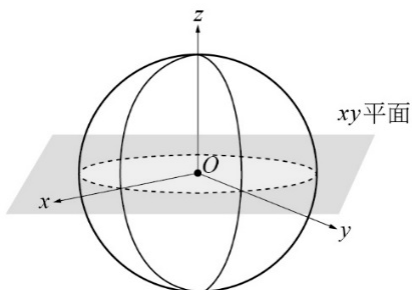
6. 下列何者正確？

- (1) 直線 L_1 與 L_2 分別在平面 E_1 與 E_2 上，若 L_1 平行 L_2 ，則 E_1 平行 E_2
(2) 給定空間中兩相異直線，必存在直線與此兩直線均垂直
(3) 過已知直線外一點，恰有一平面與此直線平行
(4) 空間中，一線段的垂直平分線有無限多條
(5) 平行於同一平面的兩直線，必互相平行

7. 在球心為 O 的球形地球儀上，有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個點，其中 A 、 B 、 C 三點都在赤道上，且經度分別為東經 0° 、 60° 和 90° ； D 、 E 兩點都在北緯 30° 線上，且經度分別為東經 0° 、 180° 。試選出正確的選項。

- (1) 赤道的長度等於東經 0° 和 180° 這兩條經線長度的總和
(2) 北緯 45° 線的長度等於赤道長度的 $\frac{1}{2}$
(3) 「由 A 沿赤道移動到 B 的最短路徑長」等於「由 D 沿東經 0° 經線移動到北極點的路徑長」
(4) 「由 D 沿北緯 30° 線移動到 E 的路徑長」等於「由 D 沿東經 0° 經線移動到北極點，再由北極點沿東經 180° 經線移動到 E 的路徑長的總和」
(5) 通過北極點與 A 點的直線與通過北極點與 C 點的直線互相垂直

8. 在球心為 O 的球形地球儀上，已知 P, Q, R 三點的緯度均為北緯 60° ，其經度分別為東經 20° 、東經 40° 、東經 80° 。今在地球儀表面上，從 P 點沿著北緯 60° 度線，經過 Q 點連到 R 點，可得圓弧 PR 。



選出正確選項？

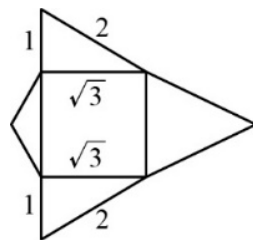
- (1) 圓弧 PR 在北緯 60° 的小圓上
- (2) $\angle POQ$ 小於 20°
- (3) 圓弧 PR 所在的平面與通過南北極的直線平行
- (4) 直線 OP 與通過南北極的直線之銳夾角為 60°
- (5) 通過南極與 P 點的直線與通過南北極的直線之銳夾角為 15°

三、填充題I（每題 6 分，共 18 分）

9. 設在四面體 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABD$ 的面積分別為 15 、 12 ，且它們所在平面的二面角為 30° ，則四面體 $ABCD$ 的體積為_____。

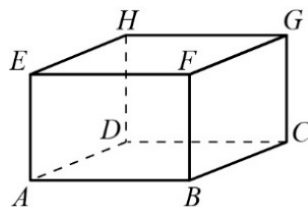
10. 有一底面為正方形的四角錐，其展開圖如附圖所示，其中兩側面的三角形邊長為 $1, \sqrt{3}, 2$ ，則此角錐的體積

為_____。(錐體體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$)



11. 已知桌面上有一長方體 $ABCD-EFGH$ ，其中

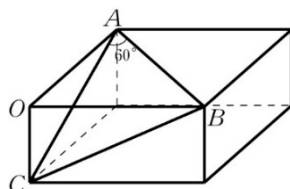
$\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AD} = 5$ 且 $\overline{AE} = 4$ ，如附圖所示。若有一螞蟻從 A 點，沿著長方體的表面爬行，先爬到 EF 稜線再爬到 G 點，試求其爬行的最短距離為_____。



四、填充題Ⅱ（每題 7 分，共 14 分）

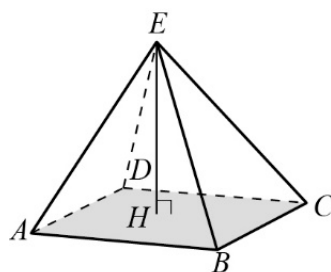
12. 在空間坐標中，設 xy 平面為一鏡面。有一光線通過點 $P(1, 2, 4)$ 射向鏡面上的點 $O(0, 0, 0)$ ，經鏡面反射後通過點 R ，若 $\overline{OR} = 3\overline{PO}$ ，則 R 點的坐標為_____。

13. 有一長方體，其上四個頂點如附圖，已知 $\overline{AB} = 6$ ，
 $\overline{AC} = 4$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，求四面體 $O-ABC$ 的體積為_____。



五、混合題（題組，共 12 分）

14. 金字塔為地球上非常偉大的建築之一，不僅外觀特殊，更是古埃及文明的法老王的陵墓，其構造底部為一正方形，旁邊有四個三角形。



- (1) 附圖是一個正四角錐(底面 $ABCD$ 為正方形，其餘四面均為等腰三角形)，直線 EH 為正四角錐的高，下列哪些選項是正確的？_____ (多選題，6 分)

- (A) 直線 AB 與直線 DE 平行 (B) 直線 AD 與直線 BC 歪斜
 (C) 直線 AE 與直線 BC 不相交 (D) 直線 BE 與直線 DE 不共平面
 (E) 直線 EH 與直線 AD 歪斜

- (2) 有一正四角錐底面為正方形，而四個側面為等腰三角形，若側面與底面夾角為 45° ，則任相鄰兩側面之夾角為_____。(非選題，6 分)

112 學年度第二學期第一次定期考高二數 B 詳解

一、單選題

1. (5)

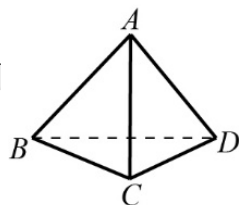
如附圖

平面 π 平行四面體 $ABCD$ 的一面 $\Rightarrow$ 這樣的平面 π 有 4 個

平面 π 平行四面體 $ABCD$ 中歪斜的二稜

$\Rightarrow$ 這樣的平面 π 有 3 個

綜合：平面 π 共有 7 個。



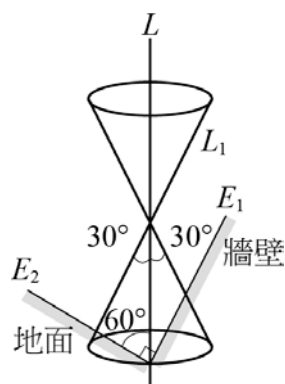
2. (4)

由圖中可知牆壁 E_1 與直圓錐邊緣交成拋物線圖形

$\therefore E_1$ 平行直圓錐的母線 L_1

而地面 E_2 與 L 的交角為 $60^\circ > 30^\circ$

$\therefore E_2$ 與直圓錐交出橢圓的一部分



3. (4)

因為牆面與軸線平行，所以 光影的邊界為雙曲線的部分圖形

4. (3)

$$\sqrt{6^2 + 8^2} = 10, \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow h = \sqrt{100 - 18} = \sqrt{82}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times \sqrt{82} = 6\sqrt{41}$$

