

112 學年度第二學期第二次定期考高二數 A 試題

命題範圍：第二章空間中的平面與直線

第三章條件機率與獨立事件

請注意：題目卷共 3 頁，請在答案卡上作答。

一、單選題 (共 7 題，每題 4 分)

1. 已知坐標空間中直線 $L: \begin{cases} x = 113 + t \\ y = 5 - t \\ z = 15 + t \end{cases}$ ， t 為實數、平面 $E: x + y + z = 2024$ ，

則 L 與 E 的關係為何？

- (1) 相交於一點 (2) 平行 (3) 重合

2. 已知坐標空間中直線 $L_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-2}{3}$ 、 $L_2: \begin{cases} 2x + y = 3 \\ y + 2z = 5 \end{cases}$ ，則 L_1 與 L_2 的關係為何？

- (1) 相交於一點 (2) 平行 (3) 重合 (4) 歪斜

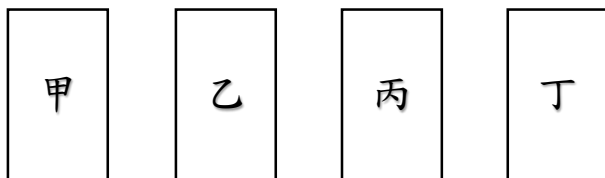
3. 坐標空間中有兩不相交直線 $L_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 9 + t \end{cases}$ ， t 為實數、 $L_2: \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 1 - s \\ z = 3 - s \end{cases}$ ， s 為實

數，另一直線 L_3 與 L_1 、 L_2 皆相交且垂直。若 P 、 Q 兩點分別在 L_1 、 L_2 上且與 L_3 之距離皆為 2，則線段 $\overline{PQ}$ 的長度為何？

- (1) $\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{11}$ (3) $\sqrt{14}$ (4) $\sqrt{19}$ (5) $2\sqrt{6}$

第 4 題到第 7 題為題組：

在某抽獎活動中，共有四扇門，分別為甲、乙、丙、丁。主持人隨機在其中一扇門後面放置大獎，其他三扇門後面均是銘謝惠顧紙條。抽獎者選擇了一扇門後，主持人總是從剩下的沒有獎的門中隨機打開一扇，然後詢問抽獎者是否要更換選擇，改選另一扇還沒有開的門。請回答以下問題：



4. 若抽獎者阿忠的策略為隨機選定一扇門之後就打定主意不換門，則在此策略下阿忠中大獎的機率為何？

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{3}{4}$

5. 若抽獎者建仔一開始選擇甲門，則在此條件下，主持人打開乙門的機率 $P(\text{主持人開乙門} \mid \text{抽獎者一開始選甲門}) = ?$

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{8}$ (5) $\frac{2}{3}$

6. 若抽獎者建仔的策略為在主持人開了一扇門之後換門，則在此策略下建仔抽中大獎的機率為何？

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{3}{8}$ (4) $\frac{5}{8}$ (5) $\frac{3}{4}$

7. 若抽獎者在主持人詢問是否換門時，有 0.8 的機率換門。已知某位抽獎者中大獎，則該抽獎者過程中換門的機率 $P(\text{過程中換門} \mid \text{抽中大獎}) = ?$

- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4) $\frac{5}{6}$ (5) $\frac{6}{7}$

二、選填題

(共 12 格，每格 6 分，答案如果是分數，請務必化成最簡分數再填入相應的格子)

- A. 下表是某路口於一段期間內駕駛人的肇事統計列聯表，其中駕駛人分為有照駕駛以及無照駕駛兩種。

駕駛人 通過路口的狀況	有照駕駛	無照駕駛	合計
肇事	8	2	10
平安通過	9992	98	10090
合計	10000	100	10100

請用經驗機率(客觀機率)的觀點回答以下問題：

(1) 在肇事的狀況下，有照駕駛的條件機率 $P(\text{有照駕駛} \mid \text{肇事}) = \frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}}$ 。

- (2) 為瞭解無照駕駛的危險性是有照駕駛的幾倍，請計算

$$\frac{P(\text{肇事} \mid \text{無照駕駛})}{P(\text{肇事} \mid \text{有照駕駛})} = \frac{\textcircled{10}\textcircled{11}}{\textcircled{13}\textcircled{14}}。$$

- B. 學務老師想估計全校有多少比例的同学曾經不正常進出校園(爬牆或穿牆)，他事先準備一個袋子，裡面放了紅球 5 顆，白球 2 顆，黑球 3 顆，讓學生逐一抽球後放回，且抽球的顏色只有抽球者自己知道，抽中不同顏色的球就回答不同的問題，如下表所示：

問題 1(紅球)	問題 2(白球)	問題 3(黑球)
你曾經不正常進出校園(爬牆或穿牆)嗎？	你通常穿制服到學校嗎？	你通常坐捷運上學嗎？

學生僅需在線上表單回答「是」或「否」，毋需表示回答的是哪一個問題。學務老師隨機訪查了 100 位學生，其中 20 位回答「是」。而且已知學生通常穿制服到校的比例為 0.1，通常坐捷運上學的比例為 0.4。請回答以下問題：

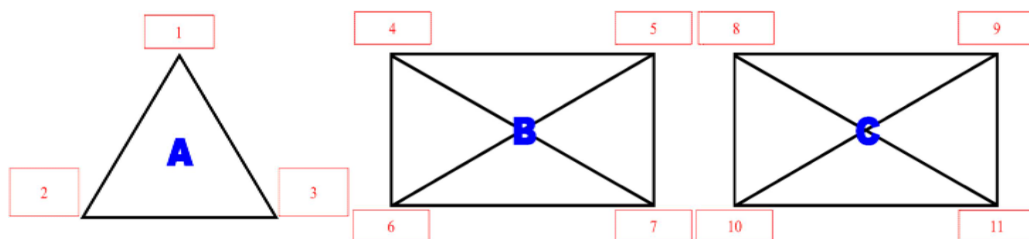
(1) 由以上資料推算學生曾經不正常進出校園(爬牆或穿牆)的比例 = $\frac{\textcircled{12}}{\textcircled{13}\textcircled{14}}$ 。

- (2) 在學生回答「是」的情況下，抽到問題 1 的條件機率

$$P(\text{抽到問題 1} \mid \text{回答「是」}) = \frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}}。$$

- C. 為推展球類運動，延續“黑衫軍精神”，建國中學辦理班際橄欖球賽，已知第一輪的小組循環賽由 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{11}$ 共 11 隊隨機分至 A、B、C 三小組。其中 A 小組有 3 個隊伍，B、C 小組各有 4 個隊伍。

第一輪：小組循環，取分組一、二名至第二輪



請回答以下問題：

(1) C_1, C_2 兩隊在第一輪比賽同組的機率 $P(C_1, C_2 \text{ 兩隊第一輪同組}) = \frac{18}{19 \cdot 20}$ 。

- (2) 第一輪比賽的分組中， C_1, C_2 兩隊同組的事件與 C_3, C_4 兩隊同組的事件是否互為獨立事件？

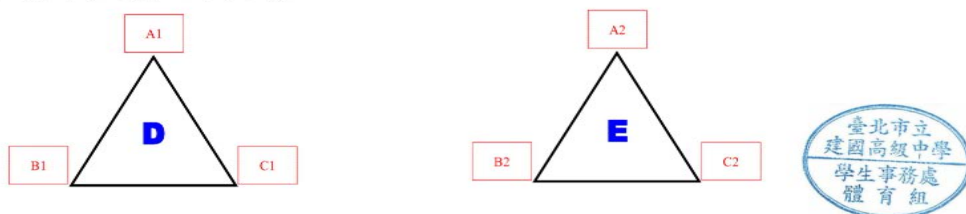
「是」請填 1，「否」請填 2。答： 21。

- (3) 第一輪比賽的分組中，在 C_1, C_2 兩隊同組的條件下， C_3, C_4 兩隊同組的機率

$$P(C_3, C_4 \text{ 兩隊第一輪同組} \mid C_1, C_2 \text{ 兩隊第一輪同組}) = \frac{22 \cdot 23}{24 \cdot 25}。$$

- (4) 在第一輪比賽結束後，各小組的第一名編入 D 小組，各小組的第二名編入 E 小組再戰，在 D 組勝出者即為冠軍，如下圖。

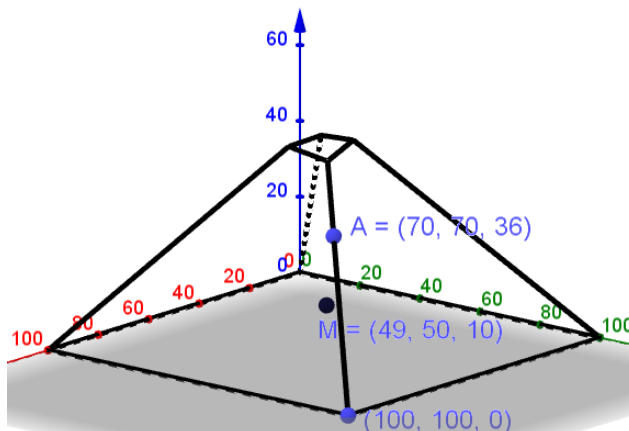
第二輪：D 組(1~3 名)，E 組(4~6 名)。



假設所有隊伍的實力相當，任兩隊的輸贏結果不影響其他隊伍的勝率，則在 C_1 最終奪冠的條件下， C_1 第一輪分在 A 組的機率

$$P(C_1 \text{ 第一輪分在 A 組} \mid C_1 \text{ 最終奪冠}) = \frac{26}{27}。$$

- D. 如下圖所示，某金字塔遺跡大致完好，僅頂部有少許毀損。假設金字塔原先是直四角錐形狀，其底面為邊長 100 單位的正方形，且此四角錐除了底面正方形外，其餘四條稜邊也具有相等的長度（但不一定是 100 單位）。



建仔將金字塔的底面正方形的四個頂點定位於空間座標中的 $(0,0,0)$, $(100,0,0)$, $(100,100,0)$, $(0,100,0)$ ，並在其中一個稜邊上測得一個定位點 $A(70,70,36)$ ，請回答以下問題：

- (1) 以正方形為底，完整金字塔(直四角錐)的高為 28 29 單位。
- (2) 若探測到一墓室位於 $M(49,50,10)$ 處，建仔想在金字塔(直四角錐)的表面找到距離 M 最接近的一點 P 以進一步探測，則 P 點的 z 坐標為 30 31 單位。

- E. 在空間中，已知直線 L 上的各點在 xy 平面的投影落在直線 $L_1: \begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 上，而直線 L 上的各點在平面 $2x + y = 0$ 上的投影落在直線 $L_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$ 上，請回答以下問題：

- (1) 若平面 E 同時包含 L 與 L_2 ，且 E 的方程式為 $ax + by + cz + 5 = 0$ ，其中 a, b, c 為實數，則 $a + b + c = \underline{32 33}$ 。
- (2) 若直線 L 的方程式為 $\frac{x+m}{u} = \frac{y+n}{v} = \frac{z}{4}$ ，其中 m, n, u, v 為實數，則 $m + n + u + v = \underline{34}$ 。