

※請正確劃記班級、座號、科目代碼，未劃記或劃記錯誤，扣 5 分。

一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 兩相交直線 $L_1: x = 2y = 3z$ ， $L_2: 2x = 3y = z$ 的銳角平分線方程式為

- (1) $\frac{x}{9} = \frac{y}{5} = \frac{z}{8}$ (2) $\frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-4}$ (3) $3x = 5y = 4z$ (4) $x = y = -2z$ (5) $x = y = z$

2. 已知某地區有 $x\%$ 的人口感染某傳染病。針對該傳染病的快篩試劑檢驗，有陽性或陰性兩結果。已知該試劑將染病者判為陽性的機率為 80% ，將未染病者判為陰性的機率則為 60% 。為降低該試劑將染病者誤判為陰性的情況，專家建議連續採檢三次，若在連續採檢三次皆判為陰性者中，確實染病者的機率為 $\frac{1}{64}$ ，則 x 值為

- (1) 10 (2) 20 (3) 30 (4) 40 (5) 50

二、多選題（占 24 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

3. 擲一均勻骰子 2 次，設事件 A 為第一次出現奇數的事件，事件 B 為第二次出現奇數的事件，事件 C 為點數和大於 6 且小於 9 的事件。試選出正確的選項。

- (1) $P(A) > P(B)$
(2) $P(C) = 0.3$
(3) A, B 兩事件為獨立事件
(4) A, C 兩事件為獨立事件
(5) A, B, C 三事件為獨立事件

4. 空間坐標中， $\triangle ABC$ 的三頂點坐標分別為 $A(\log 5, \log 8, \log 25)$ ， $B(\log 8, \log 25, \log 5)$ ， $C(\log 25, \log 5, \log 8)$ ，若通過 A, B, C 三點的平面方程式為 $ax + by + cz = d$ 。試選出正確的選項。

- (1) $a = 1$
(2) $a + b = 2c$
(3) $a + b + c = d$
(4) xy 平面與平面 ABC 的銳夾角小於 60°
(5) 直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$ 與平面 ABC 平行

5.若空間中直線 L_1 在平面 E 上的正射影圖形為一個點 $P(-1, -2, -1)$ 、直線 L_2 在平面 E 上的正射影

圖形為一直線 $L: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{-2}$ 。試選出正確的選項。

(1)平面 E 的方程式為 $2x - 2y - z = 3$

(2) L_1 與 L_2 必為歪斜線

(3) L_1 與 L_2 的距離為 $3\sqrt{2}$

(4) L_1 可為 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{-1}$

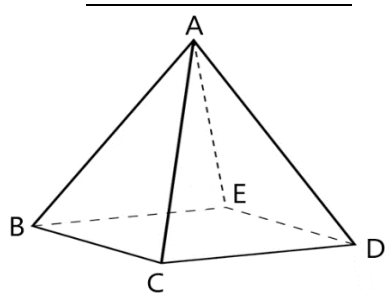
(5) L_2 可為 $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-2}$

三、選填題（占 48 分）

說明：第 A~H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(⑥~⑳)。每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.在坐標空間中，設 O 為原點，且點 P 為直線 $\begin{cases} x-3y=0 \\ z=0 \end{cases}$ 與平面 $x+y=t$ 的交點。若 $\overline{OP} = \sqrt{10}$ ，則 $t = \underline{\text{⑥⑦}}$ 。

B.空間中有一個直四角錐（如下圖），其中 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AE} = 5$ ，且底面 $BCDE$ 為邊長 6 的正方形，將此四角錐置於空間坐標中設 $B(0,0,0)$ 、 $C(6,0,0)$ 、 $E(0,6,0)$ 並使 A 點在第一卦限。若平面 F 滿足到 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五點距離皆相同，求使 A 、 B 在同側且 A 、 E 在異側的平面 F 方程式為 $y - \frac{\text{⑧}\sqrt{\text{⑨}}}{\text{⑩}}z = \text{⑪}$ 。(化為最簡根式)



C.已知投擲三顆公正的骰子，出現的點數分別為 a, b, c ，並構成空間坐標中的平面 $E: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ 。試求在 a, b, c 三數中最大為 4 的條件下，平面 E 會通過點 $(1,1,1)$ 的條件機率為 $\frac{\text{⑫}}{\text{⑬⑭}}$ 。(化為最簡分數)

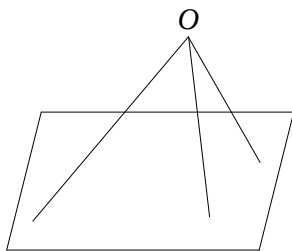
D.空間坐標系中有 $A(1,1,3)$ 、 $B(2,-5,-3)$ 兩點，且 xy 平面上有一個圓心在原點、半徑為 3 的圓 C 。若 P 為圓 C 上一點，則 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 的最小值為 ⑮⑯。

E.正立方體共有六個表面，每個表面有 2 條對角線，故一個正立方體共有 12 條「表面對角線」。將一個正六面體置於空間坐標中，已知其中 2 條「表面對角線」的方程式分別為 $L_1: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{5}$ 與 $L_2: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-5}{-4}$ ，求此正立方體的邊長為 ⑰⑱。

F.空間中，已知平面 $E: z = ax + by + c$ 包含直線 $L: \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ ，且使

$[2 - (a + b + c)]^2 + [3 - (2a - 3b + c)]^2 + [7 - (4a - 5b + c)]^2$ 有最小值，求此時數對 $(a, b, c) =$ ⑲⑳,㉑㉒,㉓。

G.有一個三隻腳兩兩都互相夾 60 度的三腳架放在水平地面上，每一隻腳的底端都接觸地面，如圖。已知三隻腳的長分別為 30 公分、30 公分、45 公分，則頂端 O 點到地面的距離為 ⑳㉑ $\sqrt{26}$ 公分。



H.一中黃同學常常把手機或錢包遺留在跑班上課教室，根據過去經驗手機遺留的機率為 0.5、錢包遺留機率為 0.4，手機、錢包或在不同教室遺留的機率皆互不影響。某個上午黃同學共有三堂跑班課程，帶了手機和錢包從班級教室離開，上課地點依序為科學館 1 樓上地科教室、敬業樓 2 樓本土語教室、麗澤樓 3 樓校定必修教室，最後回到班級教室。已知回到班級教室後黃同學才發現手機和錢包都掉了，只記得有帶手機離開地科教室但錢包不確定，假設沒有被偷竊，那麼他的手機留在本土語教室、錢包留在校定必修教室的機率為 $\frac{\textcircled{27}}{\textcircled{28}\textcircled{29}}$ 。(化為最簡分數)

四、混合題型（占 16 分）

說明：本部分共有 1 題組，共有 3 小題，每題配分標於題末，請將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(③①～③⑥)。

袋中有 3 顆紅球、2 顆白球與 3 顆黑球，其大小皆相同。今將袋中的球逐次取出，每次隨機取出一顆，取後不放回，直到所有球被取出為止。試回答下列問題：

1. 根據上述題意的敘述，選出正確的選項。(單選題，列號③①，6 分)

- (1) 無論如何，白球必定會比紅球先取完
- (2) 「取出的第一顆為紅球」的機率大於「取出的最後一顆為紅球」的機率
- (3) 「紅球最後取完」的機率大於「黑球最後取完」的機率
- (4) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為紅球」兩者互不獨立
- (5) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為白球或黑球」兩者為互斥事件

2. 求取出的前三顆球顏色皆相異的機率為 $\frac{\textcircled{31}}{\textcircled{32}\textcircled{33}}$ 。(選填題，5 分)

3. 求在紅球最先取完的條件下，白球比黑球先取完的機率為 $\frac{\textcircled{34}}{\textcircled{35}\textcircled{36}}$ 。(選填題，5 分)

試題結束

[解答]

一、單選題

1.(1) 2.(3)

二、多選題

3.(3) 4.(2)(3)(4) 5.(1)(2)

三、選填題

A. ± 4

B. $y - \frac{3\sqrt{7}}{7}z = 3$

C. $\frac{3}{37}$

D. 37

E. 11

F. $(-2, -2, 2)$

G. $15\sqrt{3}$

H. $\frac{6}{49}$

四、混合題型

1. (4) 2. $\frac{9}{28}$ 3. $\frac{6}{11}$