

一、 單選題 (每題 6 分, 共占 24 分)

1. 已知函數 $f(x) = \log_2(9x^2 - 54x + 112)$ 的最小值為 a 。請選出正確的選項。

- (1) $1 \leq a < 2$ (2) $2 \leq a < 3$ (3) $3 \leq a < 4$ (4) $4 \leq a < 5$ (5) $5 \leq a < 6$

2. 已知 π 為圓周率。下列哪一個式子所得的值最大?

- (1) $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 8$ (2) $9^{\log_3 2}$ (3) $3 + \log_3 \pi$ (4) $\log_{\frac{1}{2}}(\sin^4 31^\circ)$ (5) $\log_2(\sqrt{41} + 5) + \log_2(\sqrt{41} - 5)$

3. 下列哪一個選項中的函數在坐標平面上的圖形沒有以坐標軸為漸近線?

- (1) $y = 3 \cdot 2^x$ (2) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-\sqrt{3}}$ (3) $y = \log|x|$ (4) $y = 2 + \log_{\frac{1}{3}} x$ (5) $y = \log_2(x-3)$

4. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 之首項 a_1 與公差 d 皆為正實數, 且 10^{a_1} 、 10^{a_3} 、 10^{a_4} 依序也成等差數列。試選出 10^d 的值。

- (1) 1 (2) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (3) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (4) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

二、 多選題 (每題 10 分, 共占 30 分)

5. 已知 a 、 b 為任意實數。試選出下列正確的選項。

- (1) $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$
 (2) $\log a^2 = 2 \log a$
 (3) $\log_{(a^2+2)^2}(b^2+1) = \frac{1}{2} \log_{a^2+2}(b^2+1)$
 (4) 由 $\log_{a^2+2}(b^2+1) < 1$ 可得 $b^2+1 < a^2+2$
 (5) $\log \frac{(a^2+2)+(b^2+1)}{2}$ 的最小值為 $\frac{1}{2} \log 2$

6. 設 $\frac{1}{3} < b < 1 < a < 2$ 。試選出下列正確的選項。

- (1) $2^{\sqrt{5}} > a^{\sqrt{5}}$
 (2) $b^{-\sqrt{5}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-\sqrt{5}}$
 (3) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{5} > \log_b \sqrt{5}$
 (4) $\log_2 \sqrt{5} > \log_a \sqrt{5}$
 (5) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}} > \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{5}$

7. 已知正實數 a 、 b 恆滿足 $b = a^2$ ， $P(\log a, \log b)$ 為坐標平面上的點。試選出下列正確的選項。

- (1) P 點有可能是 $(0, 0)$
- (2) P 點有可能是 $(\sqrt{10}, 2\sqrt{10})$
- (3) P 點有可能在第四象限
- (4) 所有可能的 P 點形成一直線
- (5) P 點的 x 坐標、 y 坐標有可能同時為正整數

三、 填充題（每題 6 分，共占 30 分）

8. 不等式 $(\frac{1}{2})^{2x-5} - 65 \cdot (\frac{1}{2})^x + 2 < 0$ 之解為_____。

9. 方程式 $\log_3(x^2 + 13x + 30) = \log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{7x+46})$ 之解為 $x =$ _____。

10. 小綠在 17 歲生日當天將 100 萬存入銀行，銀行提供兩種利率方案：

方案 A：一次存入本金，利息按年單利計算，年利率 2.5%。

方案 B：一次存入本金，利息每半年複利計算一次，半年利率 1.2%。

若小綠預計在 27 歲生日隔天將這筆儲蓄提領出來，則她採用方案 B 領出的金額減去方案 A 領出的金額為_____元。（四捨五入取到整數位）

參考數值： $(1.024)^{10} \approx 1.2676506$ 、 $(1.012)^{20} \approx 1.2694343$ 、 $(1.002)^{120} \approx 1.2709444$ 、 $(1.006)^{40} \approx 1.2703378$

11. 將 $(\frac{8}{7})^{100}$ 表示為科學記號 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數，則數對 $([a], n)$ 為_____。

（註： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $[a]$ 代表不大於 a 的最大整數，例如： $[5.6] = 5$ 、 $[4.01] = 4$ 、 $[3] = 3$ ）

12. 若 A 、 B 為坐標平面上的格子點（ x 坐標、 y 坐標皆為整數的點），且 A 在 $y = (\sqrt{3})^x$ 的圖形上、 B 在 $y = \log_{\sqrt{3}} x$ 的圖形上，則可作出 _____ 個不同位置的 $\overline{AB}$ 使 $\overline{AB} < 10$ 。

四、混合題或非選擇題（占 16 分）

說明：本部分共有 1 題組，各題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

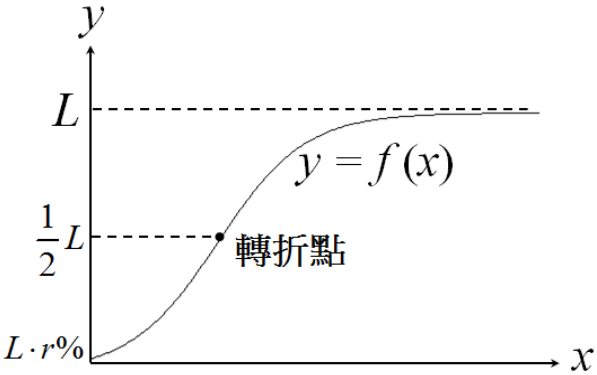
在生物界中，若某個生物種群在一個有限的環境裡繁衍，種群數量初期近似指數增長，但隨著種群在該環境裡的密度增高，對有限資源的種內競爭也會增加，導致種群增長率不斷下降，種群數量漸漸達到該環境所能容納的最大值，稱為「種群承載力」，而這種增長動態稱為「邏輯斯諦增長(Logistic Growth)」，其增長曲線如圖所示。當種群數量達到「種群承載力」的一半時，增長率達到最高峰，之後增長率就會不斷下滑，科學家把曲線上的這個點稱為「轉折點」。

已知 A 菌在生態實驗池裡的邏輯斯諦函數為

$$y = f(x) = L \cdot \frac{1}{1 + e^{3 - 0.2x}},$$

其中，常數 L 為種群承載力(單位：億隻)， e 為尤拉數，即

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2.71828, \text{ } y \text{ 為放入 A 菌 } x \text{ 小時後該菌的種群數量。}$$



試回答下列問題：

13. 圖中「轉折點」的 x 坐標應為_____；(填充題, 3 分)

14. 若最初放入的 A 菌數量為 $L \cdot r\%$ (單位：億隻)，試以下表求出 r 的整數部分數值；(非選擇題, 6 分)

t 值	2	e	3	$1 + e$	7	$1 + e^2$	$1 + e^3$	$1 + e^4$
$\log t$ 近似值	0.3010	0.4343	0.4771	0.5703	0.8451	0.9237	1.3240	1.7451

15. 利用 14.中的附表預估，哪個整數 x 會使 A 菌數量最接近種群承載力的 9 成(非選擇題, 7 分)。

答 案 卷

一、 單選題（每題 6 分，共占 24 分）班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

1.	2.	3.	4.

二、 多選題（每題 10 分，共占 30 分）

5.	6.	7.

三、 填充題（每題 6 分，共占 30 分）

8.	9.	10.
11.	12.	

四、 混合題或非選擇題（共占 16 分）

13. _____(填充題，3 分)	15.(非選擇題，7 分)
14.(非選擇題，6 分)	

範圍:第二章 指數與對數函數

一、 單選題（每題 6 分，共占 24 分）

1.	2.	3.	4.
(4)	(3)	(5)	(2)

二、 多選題（每題 10 分，共占 30 分）

5.	6.	7.
(3)(4)	(1)(3)(5)	(1)(2)(4)(5)

三、 填充題（每題 6 分，共占 30 分）

8.	9.	10.
$-1 < x < 5$	2	19434
11.	12.	
(6,5)	9	

四、 混合題或非選擇題（共占 16 分）

13.____15____(填充題，3 分)	15.(非選擇題，7 分)
14. (非選擇題，6 分) 建議給分: $r\% = \frac{1}{1+e^3}$ (2 分) 正確使用對數律(2 分) 算出 r 的整數部分數值為 4 (2 分)	建議給分: $e^{3-0.2x} = \frac{1}{9}$ (3 分) 正確使用對數律(2 分) 算出整數 $x \approx 25.9 \approx 26$ (2 分)