

台北市中山女高 112 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 已知實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + 3x - 4$ 的餘式為 $5x - 2$ ，則 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為何？

- (1) -7
- (2) -4
- (3) 3
- (4) 5
- (5) 18

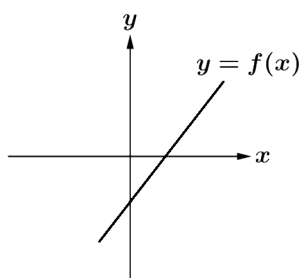
2. 已知多項式 $f(x) = 2x^4 - 18x^3 + 41x^2 - 25x - 12$ 除以 $g(x)$ 的商式為 $x - 5$ ，餘式為 -112 ，則 $g(6)$ 的值為何？

- (1) 18
- (2) 30
- (3) 94
- (4) 112
- (5) 130

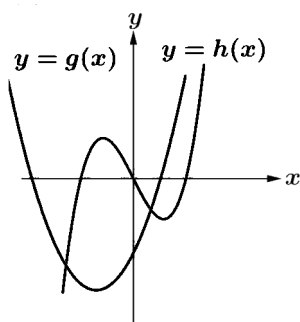
3. 設 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9x - 7$ ，若函數 $y = f(x)$ 的圖形通過點 $P(a, b)$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形必通過下列哪一點？

- (1) (b, a)
- (2) $(-a, -b)$
- (3) $(-a - 1, -b - 2)$
- (4) $(-a + 1, -b - 2)$
- (5) $(-a + 2, -b - 4)$

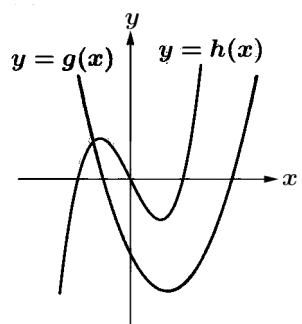
4. 若一次多項式函數 $f(x) = ax + b$ 的圖形如下，則 $g(x) = ax^2 + bx + b$ 和 $h(x) = ax^3 + bx$ 的圖形可能為哪一個選項？



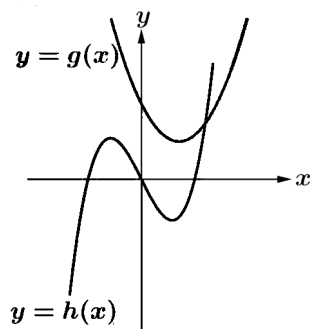
(1)



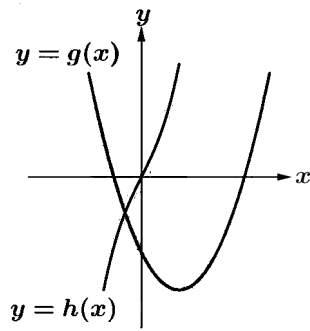
(2)



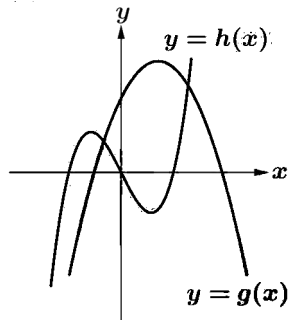
(3)



(4)



(5)



二、多選題（占 28 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題 7 分。(7-5-3-0)

5. 設 $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ 為實係數三次多項式， $g(x)$ 為實係數二次多項式。已知 $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式分別為 $r_1(x)$ 、 $r_2(x)$ 。試選出正確的選項。

(1) $2f_1(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $\frac{1}{2}r_1(x)$

(2) $f_1(x) - 3$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x) + 3$

(3) $f_2(x)$ 除以 $\frac{1}{4}g(x)$ 的餘式為 $\frac{1}{4}r_2(x)$

(4) $f_1(x) - f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x) - r_2(x)$

(5) $[f_1(x) - r_1(x)] \cdot [f_2(x) - r_2(x)]$ 可被 $g(x)$ 整除

6. 已知實係數多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-3)^2$ 的商式為 x^2-3x+2 ，餘式 $3x^2+9x-30$ 。根據上述所給條件，請選出正確的選項。

(1) $f(3) = 24$

(2) $f(x)$ 除以 $2(x-1)$ 的餘式為 -18

(3) $f(x)$ 除以 $(x-3)^2$ 的餘式為 24

(4) $(x-2)$ 為 $f(x)$ 的一次因式

(5) $f(x)$ 除以 $(x-1)^2(x-3)$ 的餘式和 $f(x)$ 除以 $(x-3)^2(x-2)$ 的餘式相同

7. 試選出與二次不等式 $x^2-4x-21 < 0$ 有相同解的選項。

(1) $(x+3)(7-x) < 0$

(2) $(x^2-4x-21)(x+4)^2 < 0$

(3) $(x^2-4x-21)(x-4)^2 < 0$

(4) $(x^2-4x-21)^{2023} < 0$

(5) $(x^2-4x-21)(-x^2+2x-5) < 0$

8. 設三次函數 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 16$ ，令 $g(x) = f(x+3) + 2$ ，試選出下列正確的選項。

(1) $y = f(x)$ 的圖形之對稱中心為 $(0, 16)$

(2) $f(112) + f(-112) = 0$

(3) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = -12x + 24$

(4) $y = x^3 - 12x^2 + 7$ 的圖形可由 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移得到

(5) $y = g(x)$ 的圖形之對稱中心為 $(5, 2)$

三、填充題（占 40 分）

說明：第 9 題至第 16 題。								
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	6	12	18	24	30	34	37	40

9. 已知 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 17x - 7$ 在 $x = 2$ 附近的一次近似為 $y = g(x)$ ，

試問 $g(1.99) = \text{【 】}$ 。

10. 已知二次函數 $f(x) = a(x-1)^2 + b(x-1) + 3$ ，若 $y = f(x)$ 的圖形之頂點為 $(3, 2)$ ，

則 $(a, b) = \text{【 】}$ 。

11. 設 $f(x)$ 為實係數多項式，已知 $(x+1)f(x)$ 除以 (x^2+2x-1) 的餘式為 $7x-1$ ，則 $f(x)$ 除以 (x^2+2x-1) 的餘式為【 】。
12. 已知二次函數 $f(x) = 2ax^2 + bx - 3$ ，若 $f(x)$ 在 $x = -1$ 時有最大值 $-\frac{2}{a}$ ，則 $(a, b) =$ 【 】。
13. 已知三次函數 $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 11x$ ，試求 $f(1.99) + f(0.01) =$ 【 】。
14. 若 k 為實數且對所有的實數 x ，二次函數 $f(x) = (2k+15)x^2 - 2k^2x + k^2$ 的值恆為正數，則 k 的範圍為【 】。
15. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，滿足 $(x^2-1)f(x)$ 除以 x^3-3 的餘式 $x+5$ ，則 $f(3) =$ 【 】。
16. 已知三次函數 $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 29x - 23$ ，將 $y = f(x)$ 的圖形向左平移 s 單位，向上平移 t 單位後，會得到 $y = g(x)$ 的圖形，若點 $(0, 12)$ 在 $y = g(x)$ 的函數圖形上，且 $y = g(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = 5x + 10$ 。試問數對 $(s, t) =$ 【 】。

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 19 題組

中山女中為了迎接 126 周年校慶，特別推出限定商品「黑糖鮮奶冰淇淋」於合作社販賣，不論人事或其他支出，1 支冰淇淋的製作成本為 10 元。經合作社社長長期統計冰淇淋銷售量發現，如果售價為 15 元，每日可賣 300 支，若售價每增加(減少)5 元，則每日少賣(多賣)20 支，由此可建立數量函數 $f(x) = ax + b$ ，其中 x 為售價(元)， $f(x)$ 為每日販售的冰淇淋支數；並假設利潤函數為 $g(x)$ ， x 為售價(元)， $g(x)$ 為每日賺取的總利潤(元)（註：利潤 = 收入 - 成本）。試回答下列問題：

17. 試求 $f(30) = ?$ （填充題，4 分）
18. 請寫出利潤函數 $g(x)$ 。（填充題，4 分）
19. 試問售價為多少元時，每日的利潤會最高？且每日最大利潤為多少元？（非選擇題，4 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3 2. 5 3. 5 4. 2

5. 45 6. 1245 7. 24 8. 3

9. 6.95

10. $\left(\frac{1}{4}, -1\right)$

11. $-4x + 3$

12. $(-2, -8)$

13. 10

14. $-3 < k < 5, k \neq 0$

15. 16

16. $(3, 2)$

第貳部分：混合題

17. 240

18. $g(x) = -4x^2 + 400x - 3600$

19. 售價 50 元；利潤 6400 元