

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第二學期 期末考 高三數學乙 文組 試題

註：總分超過 100 分者，以 100 分計；班級、座號等欄位劃記錯誤者，扣 5 分。

一、單選題（32 分）

說明：每題答對者得 8 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

1. 設 z 為複數，且滿足 $|z + 1 - i| = 2$ ，則 $|z + 1 + 5i|$ 的最大值為下列哪個選項？

- (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8

2. 設 α, β 為方程式 $x^2 + 10x + 1 = 0$ 的兩根，則 $(1 - \alpha)(1 - \beta)$ 之值為下列哪個選項？

- (1) -8 (2) -1 (3) 1 (4) 8 (5) 12

3. 根據經驗，小綠投三分球命中率為 $\frac{2}{3}$ ，現在小綠投了 3 次三分球，則至少命中兩次的機率為下列哪個選項？

- (1) $\frac{4}{27}$ (2) $\frac{8}{27}$ (3) $\frac{2}{9}$ (4) $\frac{4}{9}$ (5) $\frac{20}{27}$

4. 已知隨機變數 X 的期望值 $E(X) = 12$ ， $E(X^2) = 169$ ，則下列哪個選項正確？

- (1) 變異數 $Var(X) = 5$ (2) 期望值 $E\left(\frac{1}{2}X + 4\right) = 10$ (3) 變異數 $Var\left(\frac{1}{2}X + 4\right) = \frac{33}{2}$
(4) 期望值 $E\left(-\frac{1}{2}X + 4\right) = 10$ (5) 標準差 $\sigma\left(-\frac{1}{2}x + 4\right) = -\frac{5}{2}$

二、多選題（20 分）

說明：每題答對者得 10 分，每題各有五個選項。每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算。

1. 設實係數多項式 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(2x + 1) + 2$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) $f(1 - i) = 2$
(2) $f(-i) = 7$
(3) $f(x) = 2$ 有正根
(4) $f(x) = 0$ 有正根
(5) $f(x) = 0$ 有三個實根

2. 大綠宣稱手上這一枚硬幣是均勻硬幣，今為了檢定「此枚硬幣是否為公正硬幣？」是否真實，

小綠綠重複投此硬幣 15 次，計算正面出現的次數，並設定檢定標準 $\alpha = 0.05$ 。

下列為出現正面機率為 $\frac{1}{2}$ 的機率分佈表，

試問下列哪些可能是小綠綠能接受『此硬幣為公正』的正面次數？

X=k	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = k)$	0.00000	0.00046	0.00320	0.01389	0.04166	0.09165	0.15275	0.19639
$P(X \leq k)$	0.00000	0.00046	0.00366	0.01755	0.05921	0.15086	0.30361	0.50000
$P(X \geq k)$	1.00000	1.0000	0.99954	0.99634	0.98245	0.94079	0.84914	0.69639
X=k	8	9	10	11	12	13	14	15
$P(X = k)$	0.19639	0.15275	0.09165	0.04166	0.01389	0.00320	0.00046	0.00000
$P(X \leq k)$	0.69639	0.84914	0.94079	0.98245	0.99634	0.99954	1.00000	1.00000
$P(X \geq k)$	0.50000	0.30361	0.15086	0.05921	0.01755	0.00366	0.00046	0.00000

(1) 4 次 (2) 6 次 (3) 8 次 (4) 10 次 (5) 12 次

三、填充題（40 分）

說明：每格答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

1. 試求 $\sqrt{-1} \times \sqrt{-2} \times \sqrt{-3} \times \sqrt{-6} \times \sqrt{-7} \times \sqrt{-112} =$ _____。

2. 試求 $\left| \frac{5+12i}{3-4i} \right| =$ _____。

3. 已知 a, b 為實數，若 $\frac{a-i}{3+bi}$ 的共軛複數為 $2 + 3i$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

4. 袋中有 2 個綠球，1 個白球，小綠自袋中一次取出 1 球，取後放回，如此連續取 3 次。已知每球被取到的機會相同，試求：第三次取到第二個綠球的機率為_____。

5. 設隨機變數 X 表示獨立重複 n 次的伯努力試驗中的成功次數，其中成功的機率為 $p, (0 < p < 1)$ ，我們可記成 $X \sim B(n, p)$ ，若已知其期望值為10，且標準差為3，則數對 $(n, p) =$ _____。

四、混合題（16分）

北一期末舉辦「擲銅板大放送」活動。每位同學擲兩枚銅板一次，已知其中一枚為公正銅板（擲出正、反面機率皆為 $\frac{1}{2}$ ），另一枚銅板擲出正面的機率為 p 。若出現兩個反面，可得獎金600元；若出現一正一反，可得獎金1000元；若出現兩個正面，可得獎金1000元並且獲得再擲一次的機會，其獲得獎金規則與前述相同，但不再有繼續投擲銅板的機會（也就是說每位同學最多有兩次擲銅板的機會）。令隨機變數 X 為獲得的獎金，試回答以下問題：

- (1) 試寫出隨機變數 X 可能的取值。(4分)
- (2) 若 $p = \frac{1}{4}$ ，完成下列機率分佈表。(8分)

x	
p(x)	

- (3) 承(2)，隨機變數 X 的期望值為何？(4分)

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第二學期 期末考 高三數學乙 文組試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

註：總分超過 100 分者，以 100 分計；班級、座號等欄位劃記錯誤者，扣 5 分。

一、單選題：(每題答對者得 8 分，共 32 分。)

1.	2.	3.	4.

二、多重選擇題：(每題答對者得 10 分，每題各有五個選項。
每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算，共 20 分。)

1.	2.

三、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1.	2.	3.	4.	5.

四、混合題：(共 16 分)

(1) (4 分)

(2) 若 $p = \frac{1}{4}$ ，完成下列機率分佈表。(8 分)

x	
p(x)	

(3) (4 分)

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第二學期 期末考 高三數學乙 文組試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

註：總分超過 100 分者，以 100 分計；班級、座號等欄位劃記錯誤者，扣 5 分。

一、單選題：(每題答對者得 8 分，共 32 分。)

1. 5	2. 5	3. 5	4. 2
---------	---------	---------	---------

二、多重選擇題：(每題答對者得 10 分，每題各有五個選項。
每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算，共 20 分。)

1. 12	2. 1234
----------	------------

三、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. -168	2. $\frac{13}{5}$	3. (18, 4)	4. $\frac{8}{27}$	5. (100, 1/10)
------------	----------------------	---------------	----------------------	-------------------

四、混合題：(共 16 分)

(1) 600, 1000, 1600, 2000。(4 分)

(2) 若 $p = \frac{1}{4}$ ，完成下列機率分佈表。(8 分)

x	600	1000	1600	2000
p(x)	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{5}{64}$

(3) 期望值為 $600 \times \frac{3}{8} + 1000 \times \frac{1}{2} + 1600 \times \frac{3}{64} + 2000 \times \frac{5}{64} = 956.25$ (4 分)