

市立臺中一中 112 學年度第一學期第一次期中考 高一數學 試題

一年\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_號 姓名：\_\_\_\_\_

※滿分以 100 分計，科目代碼：03

※未畫記班級、姓名、座號者，扣 10 分

一、單選題：(占 12 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 在  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{1}{8}$  這 7 個分數中，小欣先把可化為有限小數的所有分數刪除，再將所剩下的分數加總，並化成循環小數。請問小數點後第 2023 位的數字為下列哪一個選項？
- (1) 1                      (2) 2                      (3) 3                      (4) 4                      (5) 5。

2. 放射性物質的半衰期  $T$  定義為每經過時間  $T$ ，該物質的質量會衰退成原來的一半。鉛製容器中有兩種放射性物質  $A$ 、 $B$ ，開始紀錄時容器中物質  $A$  的質量為物質  $B$  的 8 倍，而 120 小時後兩種物質的質量相同。已知物質  $A$  的半衰期為 8 小時，請問物質  $B$  的半衰期為幾小時？
- (1) 8 小時              (2) 10 小時              (3) 12 小時              (4) 15 小時              (5) 20 小時。

二、多選題（占 50 分）

說明：第 3 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 8 分；答錯 2 個選項者，得 6 分；答錯 3 個選項者，得 4 分；答錯 4 個選項者，得 2 分；答錯多於 4 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 在數線上有三點  $A(x_1)$ 、 $B(x_2)$ 、 $C(x_3)$  之座標滿足  $x_3 = \frac{0.38 \times x_1 - 0.12 \times x_2}{0.26}$ ，試選出正確的選項。

$$(1) \quad x_1 = \frac{11x_2 + 24x_3}{35}$$

$$(2) \quad x_1 > \frac{x_2 + x_3}{2}$$

$$(3) \quad 35\overline{AB} = 24\overline{BC}$$

$$(4) \quad x_3 > x_1$$

(5)  $A$  必在  $B$  與  $C$  之間

4. 下列那些選項中的數值為有理數？

$$(1) \quad \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$(2) \quad \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} + \sqrt{\sqrt{25} - \sqrt{24}} + \sqrt{\sqrt{9} - \sqrt{8}}$$

$$(3) \quad \left(\frac{7^{\sqrt{6}}}{49}\right)^{\sqrt{10+4\sqrt{6}}}$$

$$(4) \quad \log\{[(1+112^{-1})^{-1} - 1]^{-1} + 1112\}$$

$$(5) \quad \sqrt{1 + \frac{1}{2022^2} + \frac{1}{2023^2}}$$

5. 若  $a, b$  為非零實數，滿足  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 5$  且  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} = 12$ ，試選出正確的選項。

$$(1) \quad \frac{a^3 + b^3}{ab} = 12$$

$$(2) \quad \frac{a^2 + ab + b^2}{ab} = 6$$

$$(3) \quad \frac{(a+b)^2}{ab} = 7$$

$$(4) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{7}{3}$$

$$(5) \quad \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{45}{7}$$

6. 關於方程式  $|x-a|+|x-b|=|x-c|$  的敘述，試選出正確的選項。

(1) 當  $a=c=3, b=1$  時，則  $x=1$

(2) 當  $a=b=0, c=1$  時，則  $x=\frac{1}{3}$

(3) 當  $a=1, b=3, c=4$  時，則方程式有一實根在  $a、b$  之間

(4) 當  $a=2, b=5, c=7$  時，則方程式有一實根在  $a、b$  之間

(5) 當  $a < b$  且  $a+b=c$  時，則方程式有一實根在  $a、b$  之間

7. 有台計算機，只要先按出  $x$ ，再按一次  $\log$  鍵時，則得到的數值為  $\log x$ ，以下有關  $\log$  功能鍵的敘述，試選出正確的選項。

(1) 先按出 1000，再按一次  $\log$  鍵後，得到的數值為 3

(2) 先按出 400，再按兩次  $\log$  鍵後，得到數值的整數部份為 0

(3) 先按出正整數  $M$ ，再按一次  $\log$  鍵後，得到的數值介於 0 到 1 之間(不含 0 及 1)，則滿足條件的  $M$  有 9 個

(4) 先按出正整數  $N$ ，再按兩次  $\log$  鍵後，得到的數值介於 0 到 1 之間(不含 0 及 1)，則滿足條件的  $N$  有  $10^{10}-11$  個

(5) 先按出正整數  $K$ ，再按兩次  $\log$  鍵後，得到的數值介於 -1 到 0 之間(不含 -1 及 0)，則滿足條件的  $K$  有 8 個

### 三、選填題（占 42 分）

說明：1. A 至 G 題，請化為最簡後依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設正數  $a$  的小數部分為  $b$ ，其中  $b \neq 0$ ，若  $6a = b^2 + 31$ ，則  $b + 2\sqrt{b}$  之值為 ⑧。

B. 把  $10^{3.162}$  當成  $10^{\sqrt{10}}$  之近似值時， $\frac{|10^{3.162} - 10^{\sqrt{10}}|}{10^{\sqrt{10}}}$  稱為誤差比率。若以計算機算出此誤差比率

的數值，會發現小數點以下第  $m$  位開始出現不為 0 的數字，此數字為  $n$ ，則  $m+n$  之值為

⑨ ⑩。

C. 設  $x, a, b$  為實數，若不等式  $3|x+1| - |2x-3| > x+2$  之解為  $x < a$  或  $x > b$ ，則  $ab$  之值為 ⑪ ⑫。

D. 設實數  $x, y$  滿足  $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{-1}{y}} = 10$ ，求  $y^3 - x^3 + 3xy$  之值為 ⑬ ⑭。

E. 設  $a$  為 1 至 9 的正整數，且  $\frac{14}{90} < 0.1\overline{a2} < \frac{15}{90}$ ，則  $a$  值為 ⑮。

F. 在一個數學遊戲中，每位參賽者寫出一個四位數  $\underline{ABCD}$ ，得分定義為  $A^{B^{C^D}}$  (即  $A^{(B^{(C^D)})}$ )，如  $2^{4^{3^0}}$  的計算方式為  $2^{4^{3^0}} = 2^{4^1} = 2^4 = 16$ )。主辦單位為了方便計算，限定這個四位數為 1、2、3、5 四個數字不重複組成的四位數，若要得分最高，則四位數為 ⑯ ⑰ ⑱ ㉑。

G. 設  $x, y$  為正數且滿足  $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ ，求  $x\sqrt{1+y^2}$  的最大值為  $\frac{\textcircled{20} \sqrt{\textcircled{21}}}{\textcircled{22}}$ 。(化為最簡)

市立臺中一中 112 學年度第一學期第一次期中考 高一數學 簡答

一、單選題：(占 12 分)

1.(1)     2.(2)

二、多選題 (占 50 分)

3.(1)(3)(5)     4.(2)(3)(5)     5. (1)(2)(3)(4)     6.(1)(3)(4)     7. (1)(2)(4)(5)

三、選填題 (占 42 分)

A. 1     B. 10     C. -2     D. -1     E. 6     F. 2351     G.  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$