

# 臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期高三數學(A)期末考試題卷

參考公式及可能用到的數值：

滿分超過 100 分者以 100 分計算

$$\log 2 \approx 0.3010 \quad , \quad \log 3 \approx 0.4771 \quad , \quad \log 7 \approx 0.8451$$

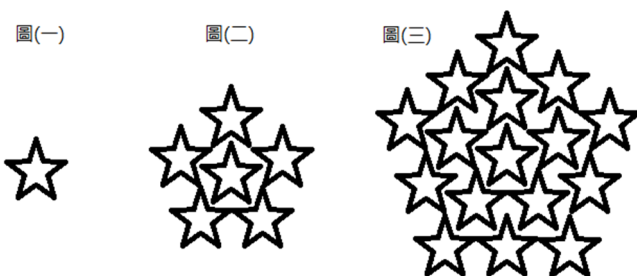
$$\text{二維數據}(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) \text{ 的相關係數 } r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}}$$

## 一、單選題 ( 18 分 )

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題答對者得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

1. 星野愛隨意塗鴉畫星星，如圖(一)有 1 顆星星，圖(二)有 6 顆星星，圖(三)有 16 顆星星，以此類推，試問圖(十)會有多少顆星星？

- (1)181      (2)226      (3)276      (4)331      (5)391



2. 已知  $a$  為實數，設二次函數  $f(x) = x^2 - 2ax + (a-2)^2$ ，滿足  $f(0)f(1) < 0$ ，試問符合條件的整數  $a$  有幾個？

- (1)1      (2)2      (3)3      (4)4      (5)5

3. 在  $\triangle ABC$  中，試問下列選項何者不可能成立？

- (1)  $\sin A = \sin B = \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$       (2)  $\sin A, \sin B, \sin C$  均小於  $\frac{1}{2}$       (3)  $\cos A, \cos B, \cos C$  均小於  $\frac{1}{2}$   
 (4)  $\sin A + \sin B > \sin C$       (5)  $\sin A < \cos B$

## 二、多選題 ( 40 分 )

說明：第 4 至 7 題為多選題，每題各有五個選項。每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算。

4. 六位魔法使依照過去的紀錄，將魔力總量( $X$ )及施法速度( $Y$ )製成下表，魔力總量( $X$ )及施法速度( $Y$ )的相關係數為  $r_{X,Y}$ ，試選出正確的選項。

|             | 芙莉蓮  | 費倫  | 弗蘭梅 | 阿烏拉 | 琉古納 | 莉妮耶 |
|-------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 魔力總量( $X$ ) | 1000 | 300 | 600 | 500 | 400 | 200 |
| 施法速度( $Y$ ) | 90   | 100 | 80  | 30  | 50  | 70  |

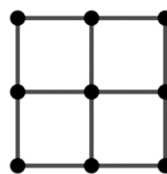
- (1) 計算  $Y$  對  $X$  的迴歸直線，則直線通過點 (500, 70)  
 (2) 魔力總量( $X$ )及施法速度( $Y$ )的相關係數  $r_{X,Y} > 0$   
 (3) 令  $Z = aX + b$ ， $a > 0$ ， $b$  為實數，則  $Z$  跟  $Y$  的相關係數  $r_{Z,Y} = ar_{X,Y}$   
 (4) 若費倫的施法速度上升 10，琉古納的施法速度下降 10，則重新計算後的相關係數不變  
 (5) 表格中芙莉蓮的魔力總量是隱藏實力後的結果，實際上魔力總量更高，則重新計算後的相關係數變小

5. 平面上有一個  $\triangle ABC$ ， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AC}=6$ ， $\overline{BC}=8$ ， $G$  為  $\triangle ABC$  的重心， $H$  為  $\triangle ABC$  的垂心，若有一直線過  $G$  點，且與  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  交於  $P$ 、 $Q$  兩點， $\overrightarrow{AG}=x\overrightarrow{AP}+y\overrightarrow{AQ}$ 。  $\overrightarrow{AH}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ ，試選出正確的選項。

- (1)  $\overline{AG}>2$
- (2)  $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}=-6$
- (3)  $s+t>0$
- (4)  $x+y<1$
- (5)  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}}+\frac{\overline{AC}}{\overline{AQ}}=3$

6. 如右圖，4 個相連正方形中共有 9 個點，試選出正確的選項。

- (1) 任意取兩點可決定 36 條不同的直線
- (2) 任意取三點可決定 84 個不同的三角形
- (3) 任意取四點可決定 6 個不同的正方形
- (4) 任意取四點可決定 4 個不同的等腰梯形
- (5) 任意取三點可決定 34 個不同的圓



7. 已知正四面體的 4 個頂點分別位於兩條歪斜線  $L_1$ 、 $L_2$  上，其中  $L_1:\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ ， $t$  為實數， $L_2:\begin{cases} x=2+s \\ y=-s \\ z=2 \end{cases}$ ， $s$  為實數，試選出正確的選項。

- (1)  $L_1$  與  $L_2$  的距離為 2
- (2)  $(1,1,0), (1,1,2)$  為此正四面體的 2 個頂點
- (3) 正四面體的 4 個頂點是六個平面  $x=0, x=2, y=0, y=2, z=0, z=2$  所圍正方體中的其中 4 個頂點
- (4) 正四面體的邊長為 2
- (5) 正四面體的體積為  $\frac{8}{3}$

### 三、選填題 ( 40 分 )

說明：第 8 至 12 題為選填題，每題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

8. 解聯立方程組  $\begin{cases} x^2+y^2-4x-12y+15=0 \\ 3x+4y=5 \end{cases}$ ，實數數對  $(x,y)=$  ( ⑧⑨, ⑩ )。(恰一組解)

9.  $C_0^{50}+3C_1^{50}+3^2C_2^{50}+3^3C_3^{50}+\cdots+3^{50}C_{50}^{50}$  為 ⑪⑫ 位數。

10. 已知  $a, b$  為非零實數，且方程組  $\begin{cases} ax-7y-3z=0 \\ x+ay+3z=19 \\ 2x-5y+az=23 \end{cases}$  恰有一組解，又此方程組經過一系列的高斯消去法運算後，原來的增廣矩陣可化為  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 8 & -7 & 4a-35 & 0 \\ 0 & b & -2 & 1 \\ 0 & 0 & b & 3b \end{array} \right]$ ，則  $(a, b) = \underline{\textcircled{13}, \textcircled{14}}$ 。

11. 擲一顆公正骰子兩次，得到的點數分別為  $m, n$ ，圓  $C: (x-m)^2 + (y-n)^2 = 1$ ，直線  $L: y = mx$ ，已知直線  $L$  跟圓  $C$  沒有交點，則圓  $C$  在直線  $L$  左半平面的機率為  $\frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}}$ 。

12. 設  $f(x)$  為四次多項式函數， $f(x)$  除以  $(x-3)^3$  餘式為 3， $f(x)$  除以  $(x-2)^2$  餘式為 2，則  $f(1) = \underline{\textcircled{17}\textcircled{18}}$ 。

#### 四、混合題（12 分）

說明：1. 甲為單選題，答對者得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。  
2. 乙為選填題，完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

甲、計算  $\cos(60^\circ - \theta)\cos(60^\circ + \theta)$ ，與下列哪一個選項相同？ ⑲

(1)  $\frac{1}{4}(3\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$       (2)  $\frac{1}{4}(1 - 4\cos^2 \theta)$       (3)  $\frac{1}{4}(4\sin^2 \theta - 1)$       (4)  $\frac{1}{4}(3 - 4\cos^2 \theta)$       (5)  $\frac{1}{4}(4\cos^2 \theta - 3)$

乙、承甲，已知  $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$ ，計算  $\cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 30^\circ \cos 40^\circ \cos 50^\circ \cos 60^\circ \cos 70^\circ \cos 80^\circ = \frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}$ 。

# 臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期高三數學(A)期末考答案卷

滿分超過 100 分者以 100 分計算

## 一、單選題 ( 18 分 )

|    |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|
| 題號 | 1   | 2   | 3   |
| 答案 | (2) | (2) | (3) |

## 二、多選題 ( 40 分 )

|    |        |           |           |           |
|----|--------|-----------|-----------|-----------|
| 題號 | 4      | 5         | 6         | 7         |
| 答案 | (1)(2) | (1)(2)(5) | (3)(4)(5) | (1)(3)(5) |

## 三、選填題 ( 40 分 )

|    |          |    |         |               |    |
|----|----------|----|---------|---------------|----|
| 題號 | 8        | 9  | 10      | 11            | 12 |
| 答案 | $(-1,2)$ | 31 | $(8,7)$ | $\frac{1}{7}$ | 19 |

## 四、混合題 ( 12 分 )

|    |     |                 |
|----|-----|-----------------|
| 題號 | 甲   | 乙               |
| 答案 | (5) | $\frac{3}{256}$ |