

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期第一次期中考 高三數學乙 文組 試題

註：總分超過 100 分者，以 100 分計；班級、座號等欄位劃記錯誤者，扣 5 分。

一、單選題（24 分）

說明：每題答對者得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

1. 首項為 1，公比為 $0.\bar{3}$ 的無窮等比級數和為下列哪個選項？

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{10}{7}$ (4) $\frac{3}{4}$ (5) 3

2. 已知函數 $f(x) = 2x \sin \frac{1}{x}$ 的值是介在 $y = 2|x|$ 與 $y = -2|x|$ 之間，意即 $-2|x| \leq 2x \sin \frac{1}{x} \leq 2|x|$ ，

則 $\lim_{x \rightarrow 0} 2x \sin \frac{1}{x}$ 之值為下列哪個選項？

- (1) 0 (2) 1 (3) -2 (4) 2 (5) 不存在

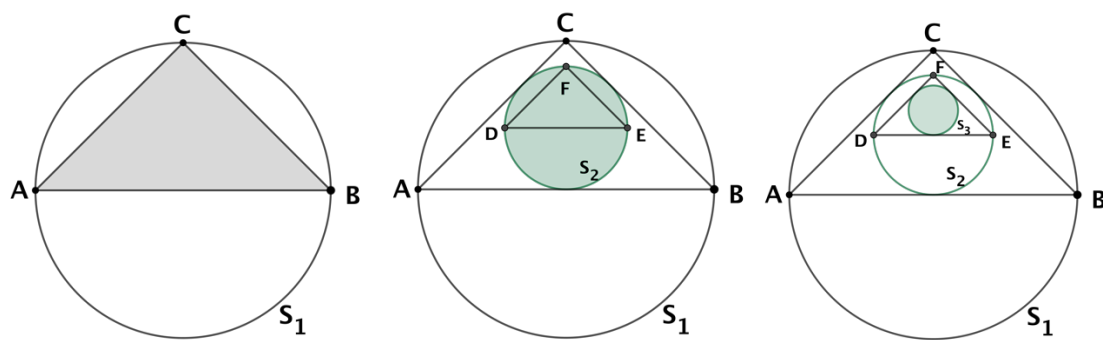
3. 已知方程式 $(x - 10)(x - 20)(x - 30) = x$ 有三個實根 α, β, γ ，且三個整數 a, b, c 滿足

$$a < \alpha < a + 1, b < \beta < b + 1, c < \gamma < c + 1,$$

則 $a + b + c = ?$

- (1) 59 (2) 60 (3) 61 (4) 62 (5) 63

4. 如圖，以 $\overline{AB}$ 為直徑的單位圓 S_1 內作一個內接等腰直角三角形 ABC 。在三角形 ABC 內作一內切圓 S_2 ，並在圓 S_2 內作一個內接等腰直角三角形 DEF ，其中 $\overline{DE}$ 為圓 S_2 的直徑；重複同樣的動作，依次可得到圓 $S_3, S_4, \dots$ 。



則所有圓面積的總和為下列哪個選項？

- (1) $(\sqrt{2} - 1)\pi$ (2) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\pi$ (3) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}\pi$ (4) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\pi$ (5) 發散

二、多選題（30分）

說明：每題答對者得10分，每題各有五個選項。每個選項2分，所有選項均未作答，該題以0分計算。

1. 設已知 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 分別收斂至 L, M ，則下列敘述哪些正確？

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (5a_n - 2b_n) = 5L - 2M$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} (3a_n - 10) = 3L - 10$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \times b_n) = L \times M$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} na_n = L^2$

(5) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{b_n} = L^M$

2. 已知函數 $f(x) = \sqrt{4 - x^2}, g(x) = x - 1$ ，試問下列哪些選項正確？

(1) $f(x)$ 的定義域為 $\{x | -2 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$

(2) $\frac{1}{g(x)}$ 的定義域為 $\{x | 1 \leq x, x \in \mathbb{R}\}$

(3) $f(x)$ 的值域為 $\{y | 0 \leq y \leq 2, y \in \mathbb{R}\}$

(4) $f \circ g(x)$ 的值域為 $\{y | -1 \leq y \leq 1, y \in \mathbb{R}\}$

(5) $g \circ f(x)$ 的圖形對稱於 y 軸

3. 已知數列 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle, \langle c_n \rangle, \langle d_n \rangle, \langle e_n \rangle$ 定義如下：

$$a_n = \left(\frac{-1}{2}\right)^n, \quad b_n = 2^n a_n, \quad c_n = b_n + b_{n+1}, \quad d_n = \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)^n, \quad e_n = \frac{1}{d_n};$$

其中 n 為自然數。試選出會收斂的數列。

(1) a_n (2) b_n (3) c_n (4) d_n (5) e_n

三、填充題（54分）

說明：每格答對得6分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

1. 求下列各極限值（若無極限值，答案請寫“不存在”）

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{112^{n+3}}{2023^{n-10}} =$ _____。

(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 6n + 10}{n^3 + 69n^2 - 7} =$ _____。

(C) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} =$ _____。

(D) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x-2} + \frac{x-11}{x^2 - x - 2} \right) =$ _____。

(E) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 7}{x} =$ _____。

(F) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{27}{8} + \cdots + \left(-\frac{3}{2} \right)^{n-1} \right) =$ _____。

2. 已知無窮數列 $\langle a_n \rangle_{n=1}^{\infty}$ ，其中 $a_n = \frac{(-1)^n \times 2023}{n^2}$ ，若當 $n \geq k$ 時， $|a_n - 0| < \frac{1}{2024}$ ，則此整數 k 值的最小值為_____。

3. 考慮函數 $y = f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x}, & x \geq 3 \\ |2x|, & -2 \leq x < 3 \\ bx^2 + 12, & x < -2 \end{cases}$ ，若已知 $f(x)$ 是一個連續函數，則數對 $(a, b) =$ _____。

4. 承上，試求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} =$ _____。（若無極限值，答案請寫“不存在”）

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期第一次期中考 高三數學乙 文組 試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

註：總分超過 100 分者，以 100 分計；班級、座號等欄位劃記錯誤者，扣 5 分。

一、單選題：(每題答對者得 6 分，共 24 分。)

1.	2.	3.	4.
2	1	1	3

二、多重選擇題：(每題答對者得 10 分，每題各有五個選項。
每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算，共 30 分。)

1.	2.	3.
1	1 3 5	1 3 4

三、填充題：(每格 6 分，共 54 分)

1.(A)	1.(B)	1.(C)	1.(D)	1.(E)
0	5	3	4/3	不存在
1.(F)	2.	3.	4.	
不存在	2024	(18, -2)	2	

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期第一次期中考 高三數學乙 文組 試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

註：總分超過 100 分者，以 100 分計；班級、座號等欄位劃記錯誤者，扣 5 分。

一、單選題：(每題答對者得 6 分，共 24 分。)

1.	2.	3.	4.

二、多重選擇題：(每題答對者得 10 分，每題各有五個選項。
每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算，共 30 分。)

1.	2.	3.

三、填充題：(每格 6 分，共 54 分)

1.(A)	1.(B)	1.(C)	1.(D)	1.(E)
1.(F)	2.	3.	4.	