

台南市台南女中 112 上高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 83 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 設 x_0 、 y_0 為正實數。若坐標平面上的點 $(x_0, \log y_0)$ 在直線 $y = x - 2$ 上，且點 (x_0, y_0) 在函數 $y = a \times 10^x$ 的圖形上，其中 a 為正實數。試問 a 的值為何？

(1) 100

(2) 10

(3) 1

(4) $\frac{1}{10}$

(5) $\frac{1}{100}$

2. 已知 $f(x) = \log_2 \left(\frac{x}{2}\right)^3$ ，且 $y_1 = f(x_1)$ 、 $y_2 = f(x_2)$ ，若 $x_2 = 4x_1$ ，試選出正確的選項。

(1) $y_2 = 4y_1$

(2) $y_2 = 2 + y_1$

(3) $y_2 = 6 + y_1$

(4) $y_2 = 2^{y_1} + 4$

(5) $y_2 = 6y_1$

3. 將函數 $y = f(x) = 2^x$ 的圖形依序做下列動作：

(一) 將原圖形對直線 $x - y = 0$ 做對稱

(二) 將(一)所得之圖形向右平移 5 單位

(三) 將(二)所得到的圖形向下移動 1 單位

完成前述動作後得到 $y = g(x)$ 的圖形，則下列哪一選項中的函數為 $g(x)$ ？

(1) $g(x) = -2^{x-5} - 1$

(2) $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} - 1$

(3) $g(x) = \log\left(\frac{x-5}{2}\right)$

(4) $g(x) = -\log\left(\frac{x-5}{2}\right)$

(5) $g(x) = \log_2(2x+10)$

二、多選題（占 18 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

4. 已知函數圖形上任兩點所連成的線段均在函數圖形上方時，稱此函數圖形為凹口向上。請選出凹口向上且嚴格遞減的函數圖形。

(1) $f_1(x) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$

(2) $f_2(x) = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{-x}$

(3) $f_3(x) = -2^x + 100$

(4) $f_4(x) = \log_{10}(x-1) + 2$

(5) $f_5(x) = \log_2(x-1)^{-2}$

5. 設 $a = \log_5 125$, $b = \log_3 1$, $c = \log_{0.2} 125$, 試選出正確的選項。

(1) $b = 0$

(2) $a + b + c > 0$

(3) $a > b > c$

(4) $a^2 > b^2 > c^2$

(5) $2^a > 3^b > \left(\frac{1}{2}\right)^c$

6. 已知 $\log x = 3.5$ 、 $\log y = -2.8$, 請選出下列正確的選項。

(1) x 的整數部分為 3 位數

(2) y 化成小數後, 小數點後第 3 位數字不為 0

(3) $\log_x y = -0.8$

(4) $\log(x \times y^3)$ 的尾數為 0.9

(5) 若將 $x \times y^3$ 寫成科學記號形式, 即 $x \times y^3 = a \times 10^n$, 其中 n 為整數且 $1 \leq a < 10$, 則 a 的整數部分為 1

三、填充題 (占 50 分)

說明：第 7 題至第 16 題, 每題 5 分。

7. 有一函數 $y = 2^{x+3} - 1$, 若這個函數的圖形與二直線 $y = 2$ 、 $y = 11$ 分別相交於 P 、 Q 點, 則線段 $\overline{PQ}$ 的長度為 $\sqrt{\textcircled{7-1} \textcircled{7-2}}$ 。

8. 現有青年築夢專案：「若每個月第一天均存入 10 萬元, 須連續存入 12 個月, 且到第 12 個月月底前都沒有動用本存款專戶的任何款項者, 將以年利率 12%, 每個月複利計息後, 一次發給本金和利息。」若參加此方案, 於 12 個月期滿時領回的本金和利息共有 $\textcircled{8-1} \textcircled{8-2} \textcircled{8-3}$ 萬元。(四捨五入到整數)。

($\log 1.01 \approx 0.0043$ 、 $\log 1.12 \approx 0.0492$ 、 $10^{0.0516} \approx 1.127$ 、 $10^{0.894} \approx 7.834$)

9. 班佛法則：銀行存款的首位數為 n (即存款數字的第一位數字為 n , 例如存款金額 483216 的首位數是 4) 的比例可以用函數 $f(n) = \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ 來表示。根據班佛法則, 銀行存款的「首位數為 2 的比例」約為「首位數為 5 的比例」的 m 倍, 則 $m = \textcircled{9-1}.\textcircled{9-2}$ 。(四捨五入到小數點後第一位)

10. 已知 $f(x) = \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ ，其中 x 為正整數。若 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) \geq 2$ ，則 n 的最小值為 10-1 10-2。

11. $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right) \leq 1$ 的解為 $a \leq x < b$ ，則數對 $(a, b) = \left(\frac{11-1}{11-2}, \frac{11-3}{11-2}\right)$ 。

12. 方程式 $9^x - 3^{x+2} + 18 = 0$ 的解為 α 、 β ，其中 $\alpha < \beta$ 。則 $9^\beta - 9^\alpha = \underline{12-1} \underline{12-2}$ 。

13. 設 $\log_2 \alpha + \log_2 \beta = 5$ 、 $\log_2 \alpha \times \log_2 \beta = 1$ ，則 $\log_\beta \alpha + \log_\alpha \beta = \underline{13-1} \underline{13-2}$ 。

14. 方程式 $\log(4 \times 10^{-x} - 100) = \left(\frac{-x}{2} + 1 + \log 3\right)$ 的解為 $x = \alpha$ ，

則 α 的值為 14-1 14-2。

15. $(5^x - 5^1) \left[\left(\frac{1}{3}\right)^x - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] (\log x - \log 3) (2^x + 2^{-4}) > 0$ 的解為 $a < x < b$ 或 $c < x < d$ ，其中 $b < c$ ，則數對 $(a, b, c, d) = \left(\underline{15-1}, \underline{15-2}, \underline{15-3}, \underline{15-4}\right)$ 。

16. 地震的芮氏規模 m 和地震放出的能量 r (單位：焦耳) 的關係是

$$\log r = 1.5m + 4.8$$

已知某次大地震的主震為芮氏規模 8.9，且此次大地震後有測得某餘震為芮氏規模 7.4，主震放出的能量約為餘震放出的能量的 R 倍，若 $N < \frac{R}{100} < N + 1$ ，

其中 N 為正整數，則 N 的值為 16-1。

第貳部分：混合題 (占 17 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 19 題組

已知半衰期廣義而言是指某一種物質數量減為初始數值一半所需的時間。已知某藥物的半衰期為 12 小時，且代謝功能正常的成年人每次服用劑量為 k 毫克，經過 x 小時後，體內藥物殘留量可以用函數 $f(x) = k \times \alpha^x$ (毫克) 來表示。請回答下列問題。

17. 由題意已知此藥物的半衰期為 12 小時，則 $\alpha = ?$ (單選題，5 分)

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$

(4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{12}}$

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{12}}$

18. 已知某代謝功能正常的成年人服用該藥物經過 36 小時後，體內的藥物殘留量為 10 毫克，請問該成年人服用此藥物的劑量為多少毫克？(非選擇題，5 分)

19. 若將「體內藥物殘留量低於服用劑量的 10%」的時間當作該藥物已完全排出體外的標準，則服用後經過 N 小時才會符合該藥物已完全排出體外的標準，請求出正整數 N 的最小值？(非選擇題，7 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 5 2. 3 3. 3

4. 25 5. 13 6. 235

7. $\sqrt{85}$

8. 128

9. 2.2

10. 99

11. $\left(\frac{1}{8}, 1\right)$

12. 27

13. 23

14. -2

15. (0, 1, 2, 3)

16. 1

第貳部分：混合題

17. 4

18. 80 毫克

19. 40 小時