

一、單選題 (2 題，共 10 分)

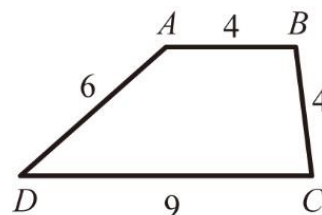
1. 設 x 為實數，坐標平面上， O 為原點，已知 $\overrightarrow{OA} = (-1, 2)$ ， $\overrightarrow{OB} = (x+3, -1)$ ， $\overrightarrow{OC} = (2, x-2)$ ，若 A 、 B 、 C 三點共線，則 x 的所有可能值之總和為何？

(1) 0 (2) $-\sqrt{7}$ (3) 7 (4) $\sqrt{7}$

2. 如右圖，在梯形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = 4$ ，

$\overline{CD} = 9$ ， $\overline{AD} = 6$ ，則內積 $\frac{2}{3} \overrightarrow{AD} \cdot 2 \overrightarrow{BC} = ?$

(1) 48 (2) 24 (3) 27 (4) 18

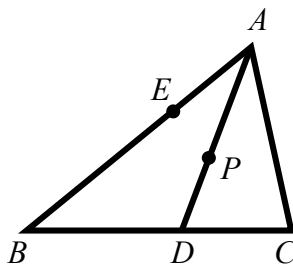


二、多選題 (3 題，共 30 分)

1. 已知向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 所決定的平行四邊形面積為 4，則下列哪兩個向量所決定的平行四邊形面積為 12？

(1) $2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$ 及 $\overrightarrow{b}$ (2) $3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}$ 及 $\overrightarrow{b}$ (3) $3\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b}$ 及 $-3\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$
 (4) $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$ 及 $\overrightarrow{a}$ (5) $3\overrightarrow{a}$ 及 $2\overrightarrow{b}$

2. 如下圖，設 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BA}$ ， $\overline{AP}$ 的延長線交 $\overline{BC}$ 於 D ，則下列敘述哪些正確？

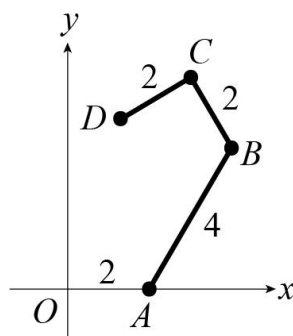


(1) $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 4$ (2) $\overline{AP} : \overline{PD} = 7 : 5$ (3) $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{8} \overrightarrow{AB} + \frac{5}{8} \overrightarrow{AC}$
 (4) $\frac{\triangle ACP \text{ 的面積}}{\triangle ABC \text{ 的面積}} = \frac{1}{3}$ (5) $\frac{\triangle AEP \text{ 的面積}}{\triangle ABC \text{ 的面積}} = \frac{1}{9}$

3. 有一個平行四邊形狀的紀念公園 $ABCD$ ， A 、 B 、 C 、 D 四個頂點都是出口。若昀頤從 $\overline{AB}$ 的中點 E 出發，往出口 C 直線前進；漆羽從 $\overline{CD}$ 上的 F 點($\overline{CF}:\overline{FD}=3:1$)出發，往出口 B 直線前進。在她們到達出口前，均在公園內某點 Q 遇到漆秣。假設 A 點的坐標位置為 $(10,10)$ ，且 $\overrightarrow{AB}=(6,-5)$ 、 $\overrightarrow{AD}=(7,5)$ ，試選出下列正確的選項。
- (1) 此公園面積為 55 平方單位。
 - (2) 若出口 C 的坐標位置為 (a,b) ，則 $a+b=13$ 。
 - (3) 若 $\overrightarrow{AQ}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$ ，則 $x+y=\frac{11}{10}$ 。
 - (4) 內積 $\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{AD}=34$ 。
 - (5) 漆秣的坐標位置為 $(17,7)$ 。

三、填充題 (8 題，共 48 分)

1. 如下圖，在坐標平面上， O 為原點， $\overline{OA}=2$ ， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=\overline{CD}=2$ ， $\angle OAB=\angle ABC=120^\circ$ ， $\angle BCD=90^\circ$ ，則 $3\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-3\overrightarrow{OD}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 設 $\overrightarrow{u}$ 、 $\overrightarrow{v}$ 為兩非零向量，若 $3|\overrightarrow{u}|=2|\overrightarrow{v}|=|3\overrightarrow{u}-2\overrightarrow{v}|=6$ ，則 $\overrightarrow{u}$ 在 $\overrightarrow{v}$ 上的正射影長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若 $A、B、D$ 三點不共線， $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AD}$ ，且 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點。求 $\frac{\triangle ABE \text{面積}}{\triangle CDE \text{面積}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設 $a > 0$ 且 $b > 0$ ，則 $(4a + \frac{b}{9})(\frac{1}{b} + \frac{9}{a})$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 若行列式 $\begin{vmatrix} 3a + \frac{21}{8}b & b \\ 3c + \frac{21}{8}d & d \end{vmatrix} = 15$ ，則行列式 $\begin{vmatrix} 2a + 3c & 3a - 6c \\ 2b + 3d & 3b - 6d \end{vmatrix}$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

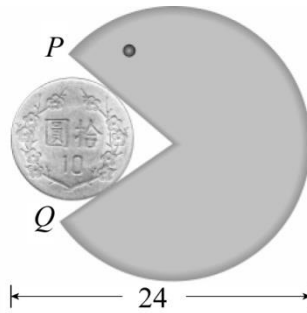
6. 若 $\overrightarrow{a} = (56, -65)$ ， $\overrightarrow{b} = (59, -69)$ ， $\overrightarrow{c} = (3, 2)$ ，當 $\overrightarrow{c} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b}$ 時，數對 (x, y) 為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 坐標平面上有不共線之三點 $O、A、B$ ，其中 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ 。現有 $P、Q$ 兩點在直線 AB 上，滿足 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ 及 $2\overline{AQ} = 9\overline{BQ}$ ，則當 $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OQ}$ 時， $\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 《超級瑪利歐兄弟》是一款經典 2D 橫向卷軸遊戲，在遊戲中瑪利歐獲得道具火之花，可以把瑪利歐變成「火焰瑪利歐」讓他隨意的發射火焰球，因此只要看到火之花的瑪利歐都會使盡全力去得到它。若瑪利歐在旅途中站在 $A(1, -2)$ 的位置，發現在 $B(4, 6)$ 的地方有一個火之花，但他只能沿著通過點 $C(2, 1)$ 的直線方向前進，跑到距離火之花最近的位置去獲取火之花，則當瑪利歐從 A 點跑到距離火之花最近的位置時，此段位移的向量以坐標表示為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、混合題 (共 12 分)

小羽和秣秣參加反詐騙海報比賽，設計了一個標示：由一個小圓與一個缺圓心角 60° 的大圓之半徑相切的圖案，如下圖所示，其中小圓必須與 $\overline{PQ}$ 相交於相異兩點。基於空間考量，圖案的寬度要恰好為 24 單位長。已知塗大圓的顏料，每平方單位需要 12 元；塗小圓的顏料，每平方單位需要 90 元。設大圓的半徑為 x 單位，小圓的半徑為 y 單位。



(1) 顏料總費用為下列哪一個選項？ (單選題，3 分)

- (1) $(9x^2 + y^2) \times 10\pi$ (2) $(x^2 + 3y^2) \times 10\pi$ (3) $(x^2 + 9y^2) \times 10\pi$ (4) $(9x^2 + 16y^2) \times 10\pi$ 。

(2) 試問 x 、 y 滿足下列哪一個方程式？ (單選題，3 分)

- (1) $3x + y = 24$ (2) $x + 3y = 24$ (3) $x + \sqrt{3}y = 24$ (4) $\sqrt{3}x + y = 24$ 。

(3) 當 $x = p$ ， $y = q$ 時，油漆費用最少為 m 元。試求 p, q, m 之值。(6 分)

(計算題，請寫出計算過程，6 分)

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第 1 學期高二數學(A)期末考 理組 答案

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：每題 5 分，共 10 分。

1. 1	2. 4
------	------

二、多重選擇題：每題 10 分，共 30 分。

1. 234	2. 25	3. 3
--------	-------	------

三、填充題：每題 6 分，共 48 分。

1. $(6+3\sqrt{3}, 3)$	2. 1	3. $\frac{5}{21}$	4. $\frac{361}{9}$
5. -105	6. $(\frac{325}{29}, -\frac{307}{29})$	7. $\frac{3}{2}$	8. $(\frac{27}{10}, \frac{81}{10})$

四、混合題：第(1)(2)題為單選題，各 3 分；第(3)題請寫出計算過程或理由，6 分。

(1) 3	(2) 2
(3) $(12, 4, 2880\pi)$	

