

台中市台中女中 112 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 10 分。(10 - 6 - 2 - 0)

1. 坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊在 x 軸的正向上，且滿足 $\tan \theta = 2$ 。若 θ 的終邊上有一點 P ，其 y 坐標為 -1 ，試問下列哪些選項一定正確？

(1) $\sin \theta > \cos \theta$

(2) 標準位置角 θ 與 2θ 的終邊位在相同的象限

(3) $\cos 2\theta < 0$

(4) $\sin \frac{\theta}{2} > 0$

(5) $\frac{1}{2} \sin \theta < \tan \frac{\theta}{2}$

2. 關於函數 $f(x) = 5 \sin \left(3x + \frac{3}{2}\pi \right)$ 的描述，試選出正確的選項。

(1) $f(x)$ 週期為 6π

(2) 圖形對稱直線 $x = \frac{2}{3}\pi$

(3) 圖形對稱於點 $\left(\frac{\pi}{2}, 0 \right)$

(4) $f(2) > 0$

(5) 此圖形可由 $y = \sin x$ 以 y 軸為基準，水平方向壓縮 $\frac{1}{3}$ 倍，再以 x 軸為基準而得，鉛直方向伸長 5 倍，最後再左移 $\frac{3}{2}\pi$

3. 試問下列選項中的大小關係哪些恆成立？

(1) $\sin \pi^\circ > \cos \pi^\circ$

(2) $\sin \pi^2 > \cos \pi^2$

(3) $\sin 2 \cos 2 > \sin 3 \cos 3$

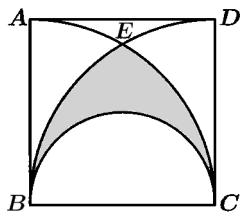
(4) $\cos 4 < \frac{2 \tan 2}{1 - \tan^2 2}$

(5) 對任意非零實數 k ， $f(x) = |\sin x + k|$ 的週期會等於 $f(x) = \sin x + k$ 的週期

二、填充題（占 60 分）

說明：第 4 題至第 15 題，每題 5 分。

4. 如圖， $ABCD$ 為邊長為 12 的正方形，分別以 B 、 C 為圓心， BC 長為半徑畫弧交於點 E ，再以 $\overline{BC}$ 為直徑在正方形內部畫半圓，並將此半圓和兩圓弧所圍成的區域著色，則圖中著色的陰影區域面積為【 】。



5. 試求 $\sin 190^\circ \cos 250^\circ + \cos 350^\circ \cos 160^\circ$ 的值為【 】。

6. 試求 $\frac{3}{\sin \frac{4}{9}\pi} - \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{4}{9}\pi}$ 的值為【 】。

7. 設等腰三角形的底角為 θ ，頂角為 ϕ ，且 $\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，

試求 $\tan \phi$ 的值為【 】。

8. 方程式 $6 \sin 2x + x = 0$ 有【 】個實數解。

9. 在 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 的範圍內，滿足不等式 $\sqrt{3}\sin x \geq \cos x$ 的實數解區間長度為【 】。

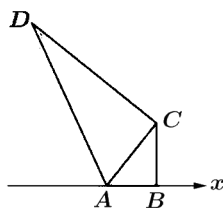
10. 函數 $y = \cos\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) - \sin 2x$ 的圖形在 $0 \leq x \leq \pi$ 範圍內的波峰坐標為【 】。

11. 求函數 $f(x) = 3\sin 2x + \sin x - \cos x$ 的最小值為【 】。

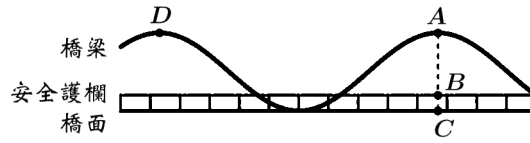
12. 在坐標平面上，一個以原點 O 為圓心的圓上有 A 、 B 、 C 三個相異點，已知點 A 的坐標為 $(\sqrt{7}, 0)$ 、點 B 的 x 坐標為 2，且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ ，則 $\overline{AC} =$ 【 】。

13. 已知平面上直角 $\triangle ABC$ 的三邊長 $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{AC} = 2\sqrt{3}$ 、 $\overline{AB} = \sqrt{21}$ 。若分別以 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 為底邊在 $\triangle ABC$ 的外部作正三角形 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ ，則 $\triangle ADE$ 的面積為【 】。

14. 設直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AB}$ 在 x 軸上，如圖，以 $\overline{AC}$ 為一邊往外作直角三角形 $\triangle ACD$ ，若 $\overline{AD}$ 所在的直線方程式為 $13x + 6y + 1 = 0$ ，則 $\tan \angle CAD =$ 【 】。



15. 設計師以餘弦函數的圖形來設計某一座橋梁的造形，其中包含了許多大小相同的「餘弦波」，下圖為橋梁造形的示意圖。若此橋梁的安全護欄上緣離橋梁最高點 A 的鉛直距離 $\overline{AB}$ 為 8 公尺，而安全護欄高 $\overline{BC}$ 為 2 公尺。現在設計師在距離 $\overline{AB}$ 左右兩邊各 6 公尺處的橋梁上設置路燈，發現路燈離橋面的高度為 7.5 公尺。試求橋梁相鄰的兩個最高點連線 $\overline{AD}$ 距離為【 】公尺。

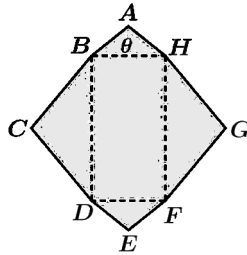


第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

16-17 題組

圖為一八邊形 $ABCDEFGH$ ，其中 $BDFH$ 是長方形，且 $\triangle ABH$ 、 $\triangle DEF$ 為兩腰長為 1、頂角為 θ 的等腰三角形，另外 $\triangle BCD$ 、 $\triangle FGH$ 為兩腰長為 2、頂角為 θ 的等腰三角形。試回答下列問題：



16. 請將八邊形 $ABCDEFGH$ 的面積表示成 $a \sin \theta + b \cos \theta + c$ 的形式。（非選擇題，3 分）

17. 八邊形面積的最大值為多少？若此時頂角 $\theta = \alpha$ ，則 $\tan \alpha = ?$ （非選擇題，4 分，3 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3 2. 23 3. 245

4. $30\pi - 36\sqrt{3}$

5. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. $-4\sqrt{3}$

7. $-4\sqrt{5}$

8. 9

9. $\frac{\pi}{3}$

10. $\left(\frac{5\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$

11. $-3 - \sqrt{2}$

12. $2\sqrt{3}$

13. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

14. 2

15. 36

第貳部分：混合題

16. $5 \sin \theta - 4 \cos \theta + 4$

17. 最大值 $\sqrt{41} + 4$; $\tan \alpha = -\frac{5}{4}$