

新竹市竹科實中 112 上高二第一次期中考

選擇或填充配分表

總題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	9	18	27	35	43	51	58	65	71	77	83	88	92

一、單選題

說明：第 1 題至第 2 題。

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\cos A = \frac{1}{7}$ ， $\cos B = \frac{11}{14}$ ，試求 $\sin C$ 的值為何？

(1) $-\frac{1}{2}$

(2) $\frac{\sqrt{35}}{7}$

(3) $\frac{1}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 請問下列哪一個選項的數值最接近 $\sqrt{3}$ ？

(1) $\sin 39^\circ + \sqrt{3} \cos 39^\circ$

(2) $\sqrt{3} \sin 39^\circ + \cos 39^\circ$

(3) $\sin 59^\circ + \sqrt{3} \cos 59^\circ$

(4) $\sqrt{3} \sin 79^\circ + \cos 79^\circ$

(5) $\sin 79^\circ + \sqrt{3} \cos 79^\circ$

二、多選題

說明：第 3 題至第 6 題。

3. 已知圓錐體積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$ ，其中「高」是指圓錐的頂點到底面圓的垂直距離。今有一圓錐之高為 $\sqrt{5}$ ，體積為 $\frac{4\sqrt{5}\pi}{3}$ ，若將此圓錐體剪開成一扇形，則下列對於此扇形之描述何者正確？

(1) 圓錐底面圓的半徑為 2

(2) 圓錐底面圓的半徑為 3

(3) 扇形之弧長 $= 4\pi$

(4) 扇形之弧長 $= \frac{4\pi}{3}$

(5) 扇形之面積為 6π

4. 設 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{5}}$ ，且 $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ，下列何者選項為正確？

(1) $\cos 2\theta = \frac{2}{5}$

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{9}{5\sqrt{5}}$

(3) $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(4) $\sin 3\theta - \cos 3\theta = \frac{9}{5\sqrt{5}}$

(5) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

5. 下列有關 $y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 的性質之敘述，哪些選項為正確？

- (1) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{\pi}{6}$
- (2) y 的最大值為 2
- (3) 方程式 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = -3$ 沒有實數解
- (4) 於 $\frac{2\pi}{3} < x < \frac{7\pi}{6}$ 時， $y = f(x)$ 的圖形呈遞減
- (5) $y = f(x)$ 的圖形對稱於原點

6. 已知角 A 、 B 、 C 為 $\triangle ABC$ 的三個內角，則下列敘述何者正確？

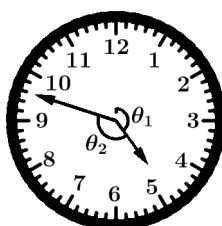
- (1) 若 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\angle A = 60^\circ$
- (2) $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$
- (3) $\sin(A+B) = \sin C$
- (4) $\sin A + \sin B > \sin(A+B)$
- (5) 若 $\cos(B-C) = 0$ ，則 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形

三、填充題

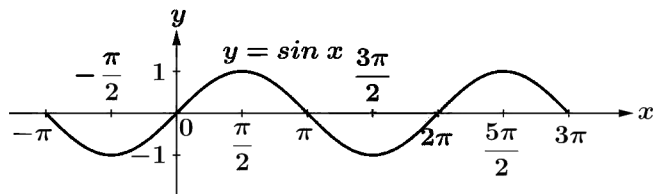
說明：第 7 題至第 13 題。

7. 已知 $\tan A = 2$ ， $\tan B = 3$ ，試求 $\frac{\cos(A+B)}{\sin(A-B)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

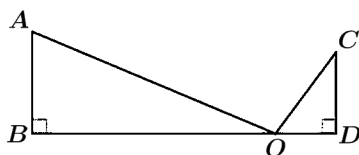
8. 如右圖，在時鐘面上，當時間顯示為 04 點 48 分時，時針與分針所夾的銳角的弧度為 $\hspace{2cm}$ (徑)。



9. 如圖為 $\Gamma_1: y = f_1(x) = \sin x$ 的圖形，將圖形上所有點的橫坐標都以 y 軸為中心，壓縮為原來的三分之一倍，得到 $\Gamma_2: y = f_2(x)$ 函數；再將 Γ_2 圖形向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位得到 $\Gamma_3: y = f_3(x)$ ；最後將 Γ_3 圖形上所有點的縱座標都以 x 軸為中心，伸長為原來的二倍，得到 $\Gamma_4: y = f_4(x) = a \sin(bx - c)$ ，則序組 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

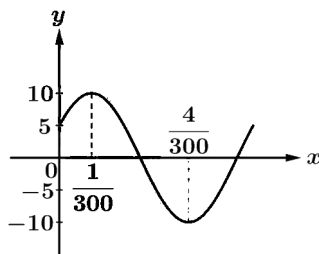


10. 如圖， $\overline{AB}$ ， $\overline{CD}$ 皆與 $\overline{BD}$ 垂直， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{CD} = 4$ ； O 在 $\overline{BD}$ 上， $\overline{OB} = 12$ ， $\overline{OD} = 3$ 。
試求： $\tan \angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

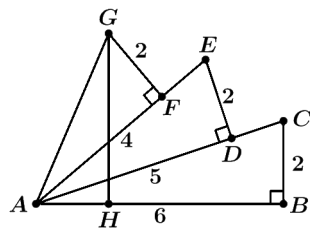


11. 已知 $0 \leq x \leq \pi$ ，設 $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 2 \cos x + 1$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則序組 $(M, m) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 已知電流強度 I （安培）隨時間 t （秒）變化的函數 $I(t) = a \sin(bt + c)$ 如圖所示，其中 $a, b > 0, 0 \leq c < \pi$ ，則序組 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



13. 魯夫設計了一款新式的帆船的帆，如圖，它是由 4 個直角三角形所組成，其中 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{DE} = 2$, $\overline{AF} = 4$, $\overline{FG} = 2$, $\angle B = \angle D = \angle F = 90^\circ$ 。則此帆的高度為【 】。(即 G 到直線 AB 距離)



四、計算題 (占 20 分)

說明：第 14 題至第 15 題。

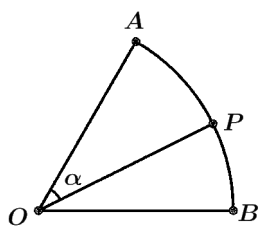
14. (1) 設 $0 \leq x \leq 6\pi$ ，試作出函數 $f(x) = \sin x + |\sin x|$ 的圖形。(6 分)

- (2) 方程式 $\sin x + |\sin x| = \frac{1}{18\pi^2}x^2$ 之實根個數有幾個？(4 分)

15. 如圖，扇形 OAB 的半徑為 4， $\angle AOB = 60^\circ$ ，若 P 為圓弧 AB 上一點， $\angle AOP = \alpha$ ，

(1) 將四邊形 $OAPB$ 的面積表示成 $a \sin \alpha + b \cos \alpha$ 的形式。(4 分)

(2) 求四邊形 $OAPB$ 面積的最大值及此時的 α 。(6 分)



參考答案

1. 4 2. 3

3. 135 4. 24 5. 1234 6. 2345

7. 5

8. $\frac{4\pi}{5}$

9. $(2, 3, \pi)$

10. $-\frac{63}{16}$

11. $(3, 0)$

12. $\left(10, 100\pi, \frac{\pi}{6}\right)$

13. $\frac{7\sqrt{290}}{29}$

14. (1) 略；(2) 6 個

15. (1) $4\sin\alpha + 4\sqrt{3}\cos\alpha$ ；(2) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ，面積有最大值 8