

112 學年度第二學期第一次定期考高一數學試題

命題範圍：第一章數列與級數、第二章數據分析

一、選填題（每題 5 分，共 90 分）

1. 設 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，若 $a_1 = 95$ ， $a_{18} = 27$ ，則此數列的前_____項總和會達到最大值。
2. 設 $\langle a_n \rangle$ 滿足
$$\begin{cases} a_1 = -\frac{39}{8} \\ a_{n+1} = 2a_n + 5, n \geq 1 \end{cases}$$
，則 $a_{10} =$ _____。
3. 設 $\langle a_n \rangle$ 滿足
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 \cdot a_n, n \geq 1 \end{cases}$$
，則 $a_{10} =$ _____。
4. 求 $\frac{(1+2+3+\cdots+10)(1^2+2^2+\cdots+10^2)}{1^3+2^3+\cdots+10^3} =$ _____。
5. 設 S_n 表示等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和，若 $S_3 = 54$ ， $S_6 = 72$ ，則 $S_9 =$ _____。
6. 設 $\langle a_n \rangle$ 及 $\langle b_n \rangle$ 皆為等差數列，若前 n 項和的比為 $(9n+5):(2n+7)$ ，則 $\frac{a_5}{b_5} =$ _____。
7. 設 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_{n+1} = a_n + f(n-1)$ ， $n \geq 1$ ，其中 $f(x)$ 為二次多項式，若 $a_1 = 9$ ， $a_2 = 5$ ， $a_3 = 2$ ， $a_4 = 7$ ，則 $a_6 =$ _____。
8. 阿 J 老師向銀行借了 88000 元，按固定月利率複利計息，過一個月後還款 57600 元，再一個月後又還款 57600 元，若恰好將本利和還清，則此固定月利率為_____％。

9. 近 5 年內某公司的營收成長率分別為 50%、28%、20%、-10%、20%，則該公司這 5 年的平均營收成長率為_____%。
10. 設 2, 4, 6, ..., 100 為連續 50 個正偶數組成的資料，若 P_k 表示此資料的第 k 百分位數，則 $P_{95} - P_{27} =$ _____。
11. 小 C 某次段考 6 科的算術平均數為 85 分，若其中 5 科成績分別為 61、85、85、85、97 分，則此 6 科成績的標準差為_____分。
12. 阿 J 老師統計某數學小考成績，若前 25 名的平均成績為 90 分、標準差為 4 分，後 20 名的平均成績為 72 分、標準差為 5 分，則全班 45 人的標準差為_____分。
13. 設 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 為等差數列組成的資料，其公差為 $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ ，若此資料的變異數為 15，則 $n =$ _____。
14. 設 10 對 (x, y) 的二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ 滿足
- $$x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 10, \quad y_1 + y_2 + \dots + y_{10} = 20, \quad x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 50,$$
- $$y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{10}^2 = 130, \quad x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_{10} y_{10} = 30,$$
- 則 x, y 的相關係數為_____。
15. 設 5 對 (x, y) 的二維數據如下，則 x, y 的相關係數為_____。

x	-2	-1	0	1	2
y	0	1	-2	-1	2

16. 設 5 對 (x, y) 的二維數據如下，若使用最小平方方法計算，則 y 對 x 的最適合直線（迴歸直線）為_____。

x	10	11	12	13	14
y	50	60	30	40	70

17. 承 16.題，利用上題的最適合直線（迴歸直線），當 $x=17$ 時，則預估的 y 值為_____。

18. 設 a, b 為實數，若 $(10a+b-50)^2 + (11a+b-60)^2 + (12a+b-30)^2 + (13a+b-40)^2 + (14a+b-70)^2$ 的最小值為 m ，求 $m =$ _____。

二、混合題或非選擇題（每題 5 分，共 10 分）

19. 設 n 為任意正整數，則 $2^{4n+2} + 3^{n+2}$ 必為某質數 p 的倍數，求 $p =$ _____。（2 分）
20. 承 19.題，使用數學歸納法，設 n 為任意正整數，證明 $2^{4n+2} + 3^{n+2}$ 必為此質數 p 的倍數。（8 分）