

請正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或劃記錯誤或未寫姓名，扣 5 分。

一、單選題(每題 5 分，占 15 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知 $f(x) = x^2 - 8x + k$ ，其中 k 為實數，若 $f(x)$ 在 $m \leq x \leq n$ 中有 2 個不同的 x 值都能使 $f(x)$ 得到最大值，則 $m+n$ 為下列何者？
(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10
2. 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式函數，滿足 $(x+1)f(x)$ 除以 x^3+2 的餘式為 $x+2$ 。若 $f(0)=4$ ，則 $f(2)$ 的值為下列哪一個選項？
(1) 8 (2) 10 (3) 15 (4) 18 (5) 20
3. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ 有最大值 10，關於函數 $g(x) = -ax^2 + bx + 1$ ，下列哪一個選項是正確的？
(1) $g(x)$ 有最大值 12 (2) $g(x)$ 有最小值 12 (3) $g(x)$ 有最大值 -8
(4) $g(x)$ 有最小值 -8 (5) $g(x)$ 可能沒有最大值也沒有最小值

二、多選題(每題 8 分，占 32 分，計分方式：8-6-4-2-0)

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；恰答錯 1 個選項者，得 6 分；恰答錯 2 個選項者，得 4 分；恰答錯 3 個選項者，得 2 分；答錯多於 3 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設 $f(x) = (x^3 - 2x + 1)(x^2 + x - 3) - 6x^2 + 2$ ，請選出正確的選項。
(1) $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 -10
(2) $x-2$ 是 $f(x)$ 的因式
(3) $f(x)$ 除以 $2x^3 - 4x + 2$ 的餘式為 $-3x^2 + 1$
(4) $\frac{1}{2}f(x)$ 除以 $x^3 - 2x + 1$ 的餘式為 $-3x^2 + 1$
(5) $-f(x)$ 除以 $x^2 + x - 3$ 的商式為 $-x^3 + 2x - 1$
5. 設多項式 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，已知 $f(-2) = f(3) = 0$ ，請選出正確的選項。
(1) $f(x)$ 可被 $(x+2)(x-3)$ 整除
(2) 當 $a=1$ 時， $f(1)=6$
(3) 可以找到一組 a, b, c ，使得 $f(5)=5$
(4) 當 $f(4)=0$ 時， $f(6)=0$
(5) 當 $f(9) \neq 0$ 時， $f(-1) \neq 0$
6. 關於三次函數 $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ ，選出正確的選項。
(1) $f(x) = (x-1)^3 + 6(x-1)^2 + 9(x-1) + 8$
(2) $f(0.98) \approx 7.82$ （四捨五入到小數點以下第 2 位）
(3) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, 6)$
(4) 局部看 $y = f(x)$ 在 $x=-1$ 附近的圖形近似於直線 $y=9x-1$
(5) $y = f(x)$ 圖形中， x 值越大， y 值越大

尚有試題

7. 設多項式 $f(x)$ 除以 $(x+1)^3$ 的餘式為 x^2-5 ，除以 $(x-2)^3$ 的餘式為 $12x^2+5$ ，請選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 的餘式為 $-2x-6$
- (2) $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 -4
- (3) 當 $f(x)$ 除以 $(x+1)(x-2)$ 的餘式為 $r_1(x)$ 時， $r_1(1)=34$
- (4) 當 $f(x)$ 除以 $(x+1)^2(x-2)$ 的餘式為 $r_2(x)$ 時， $r_2(1)=24$
- (5) 當 $f(x)$ 除以 $(x+1)^3(x-2)$ 的餘式為 $r_3(x)$ 時， $r_3(1)=14$

三、選填題(每題 6 分，占 42 分)

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號。

2.每格完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知三次函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的圖形之對稱中心為 $(2, 13)$ ，且將 $f(x)$ 的圖形適當的平移會與函數 $g(x)=-x^3+6x$ 的圖形重疊，則 $a+b+c+d$ 的值為 ⑧。

B. 已知實係數一次多項式函數 $f(x)=ax+(a+1)$ 在 $-2\leq x\leq 3$ 的範圍之最大值為 9，則 a 的所有可能值之總和為 ⑨⑩。

C. 已知三次函數 $f(x)=(x-2)^3+(x-2)+3$ 的圖形與直線 $L:mx-y+3-2m=0$ 交於 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 三相異點，試求 $x_1+x_2+x_3+y_1+y_2+y_3=$ ⑪⑫。

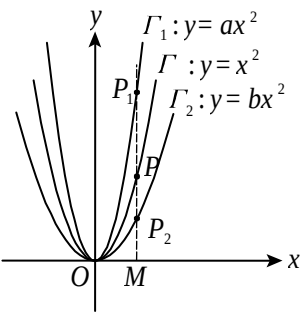
D. 設 $f(x)=x^2+ax+b$ 為二次實係數多項式函數，若函數圖形通過 $(-1, 4)$ 且圖形與 x 軸不相交，則實數 a 的範圍為 ⑬⑭< a < ⑮。

E. 設多項式 $f(x)=x^3-8x^2+ax-10$ ，已知 $f(x)$ 有因式 $x+1$ ，則不等式 $f(x)<0$ 的解為 $x<⑯⑰$ 或 $⑱⑲< x < ⑳㉑$ 。

F. 設 $f(x)=7x^5+16x^4-10x^3+24x^2+29x-2$ ，已知 $f(x)=a_5(7x+3)^5+a_4(7x+3)^4+a_3(7x+3)^3+a_2(7x+3)^2+a_1(7x+3)+a_0$ ，則 $a_5+a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$ 的值為 ㉒㉓。

尚有試題

G. 如圖，拋物線 $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ 上依序有點 P, P_1, P_2 ，這三點與 x 軸上 M 點在同一鉛直線上，已知 $\overline{MP} : \overline{MP_1} : \overline{MP_2} = 3 : 7 : 1$ ，又知 $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ 的方程式為 $y=x^2, y=ax^2$ 及 $y=bx^2$ ，則數對 $(a, b) = \left(\frac{\textcircled{24}}{\textcircled{25}}, \frac{\textcircled{26}}{\textcircled{27}} \right)$ 。(化成最簡分數)



四、題組題：(占 11 分)

說明： 1.第 H 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號。
 2.每格完全答對按照括號內之配分給分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

設 $f(x)=2x^5-x^4-9x^3+4x^2-3x+6$ ，試回答下列問題：

H. 已知 $x=\frac{1-\sqrt{41}}{4}$ 滿足 $2x^2+ax+b=0$ ，其中 a, b 為有理數，則數對 $(a, b) = \underline{(\textcircled{28}\textcircled{29}, \textcircled{30}\textcircled{31})}$ 。(3 分)

I. 承上題 H， $f(x)$ 除以 $2x^2+ax+b$ 的餘式為 $\textcircled{32}\textcircled{33}\textcircled{34}x+\textcircled{35}\textcircled{36}$ 。(4 分)

J. $f(x)$ 除以一次式 $4x-(1-\sqrt{41})$ 的餘式為 $\textcircled{37}+\textcircled{38}\sqrt{41}$ 。(4 分)

試題結束

市立臺中一中 112 學年度第一學期期末考 高一數學 參考答案

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

1.(4)

2.(4)

3.(4)

二、多選題(每題 8 分，共 32 分，8—6—4—2—0 分)

4.(1)(4)

5.(1)(3)(4)(5)

6.(1)(2)(3)

7.(1)(2)(3)

三、選填題(每題 6 分，共 42 分)

A. 8

B. -6

C. 15

D. $-2 < a < 6$

E. $x < -1$ 或 $-1 < x < 10$

F. -8

G. $(\frac{7}{3}, \frac{1}{3})$

四、題組題：(共 11 分)

H. $(-1, \quad)$ (3 分)

I. $-1 \leq x \leq 1$ (4 分)

J. $8 + 3\sqrt{4}$ (4 分)