

高雄市高雄女中 112 上高一第一次期中考

一、是非題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 10 題，每題 2 分。（正確請打 ○，錯的請打 ×）

1. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ，則 $2^{100} \approx 10^{(0.3010^{100})}$

2. 設 a 為有理數， b 為無理數，則 $\frac{\sqrt{2}a+b}{\sqrt{2}+1}$ 為無理數

3. 已知 x 和 a 均為實數且 $a > 0$ ，若 $a^{x-2} = 3^6$ ，則 $a^x = 3^8$

4. 若 a 是一個實數，則 $a^6 = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{12}$

5. $2^{\sqrt{2}} + 2^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}+1}$

6. 若 $(2 - \sqrt{3})^2 + a(2 - \sqrt{3}) + b = 0$ ，則 $a = -4$ ， $b = 1$

7. $10^{1.8} + 10^{1.2} > 10^{1.6} + 10^{1.4}$

8. 若 $|2x - 3| \leq 4$ ，則 $|-2x + 3| \leq -4$

9. 設數線上四點 $A(a)$ ， $B(b)$ ， $C(c)$ ， $D(d)$ ，若 $\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{BD} = 2 : 5$ 且 $a < b$ ， $c < d$ ，則 $a < c < b < d$

10. 若 $x \geq 0$ ，由算幾不等式知 $\frac{(2x+1) + (x+5)}{2} \geq \sqrt{(2x+1)(x+5)}$ ，則當 $2x+1 = x+5$ 時，
 $\frac{(2x+1) + (x+5)}{2}$ 有最小值

二、填充題（占 80 分）

說明：第 11 題至第 26 題。

11. $\log 1 + \log 100\sqrt{10} + \log \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$ 【 】。

12. 計算 $1.788 \times 10^{14} + 2.683 \times 10^{12}$ 的值，將答案取 4 位有效數字並以科學記號表示：
【 】。

13. 數線上四點 $A(-1)$ ， $B(10)$ ， $P(x)$ ， $Q(y)$ ，已知 $P(x)$ 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 5 : 2$ ， $Q(y)$ 為 $\overline{AB}$ 外一點且 $\overline{AQ} : \overline{BQ} = 3 : 5$ ，求 $7x + 2y =$ 【 】。

14. 求下列各式的值：

(1) $9^{-\frac{4}{3}} \times \left(\frac{64}{81}\right)^{-0.25} \times \sqrt{\frac{3 \times \sqrt[3]{3}}{2}}$ 【 】。

(2) $10^{2 \log 3 + 2 - \frac{1}{2} \log 4} =$ 【 】。

15. 設 x, y 為有理數，且滿足 $x - \frac{8}{3 + \sqrt{5}} = y\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + 4$ ，

則數對 $(x, y) =$ 【 】。

16. 已知 $4^a = 3$ ，若 $32^{a-1} - 2^{-a-2} = k\sqrt{3}$ ，求 $k =$ 【 】。

17. 已知 x 為正整數，若 $10^{57} \leq x^{120} < 10^{58}$ ，則 x^{45} 是【 】位數。

18. 用一條繩子，沿筆直的河岸圍成一個面積為 18 平方公尺之長方形，其中靠河岸的一邊不圍，只圍三邊，求所需繩長之最小值為【 】公尺。

19. 已知 x 為一有理數滿足 $(x - \sqrt{2})^3 = -7 - 5\sqrt{2}$ ，求 $x =$ 【 】。

20. 已知 $a = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{2}$, $b = \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{2}}{3}$, $c = \frac{2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}}{5}$, $d = \frac{5\sqrt{7} - 2\sqrt{2}}{3}$,

$e = \frac{5\sqrt{7} + \sqrt{2}}{5}$, 則 a, b, c, d, e 何者最大?【 】。

21. 方程式 $|1 - x| = 3x + 2$ 之解為 $x =$ 【 】。

22. 方程式 $9^{x-1} - 8 \cdot 3^{x-1} - 9 = 0$ 之解為 $x =$ 【 】。

23. 設 x, y, z, t, a 均為實數, $10^x = 21^y = 35^z = 36^t$ 且 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{a}{t}$,

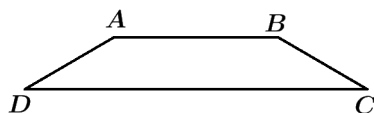
求 $a =$ 【 】。

24. 不等式 $|x - 1| + x + 12 > |4x + 16|$ 之解為【 】。

25. 已知聯立不等式 $\begin{cases} |x + a| \leq 3 \\ |2x + 1| \leq b \end{cases}$ 的解為 $-1 \leq x \leq 2$,

求數對 $(a, b) =$ 【 】。

26. 如圖, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\angle BCD = \angle ADC = 30^\circ$, 且梯形 $ABCD$ 周長為 40 , 求梯形 $ABCD$ 面積的最大值為【 】。



參考答案

1. $\times$ 2. $\times$ 3. $\times$ 4. $\times$ 5. $\bigcirc$

6. $\times$ 7. $\bigcirc$ 8. $\times$ 9. $\bigcirc$ 10. $\times$

11. $\frac{13}{6}$

12. 1.815×10^{14}

13. 13

14. (1) $\frac{1}{12}$; (2) 450

15. (6, 2)

16. $\frac{19}{96}$

17. 22

18. 12

19. -1

20. d

21. $-\frac{1}{4}$

22. 3

23. $\frac{1}{2}$

24. $-\frac{29}{4} < x < -\frac{3}{4}$

25. (-2, 5)

26. 50