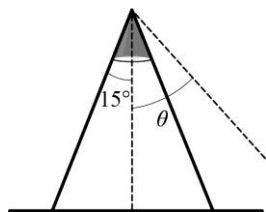


一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

- () 考慮實數二階方陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$ ，則 $c-2b$ 的值為下列哪一個選項？
(1)-4 (2)-10 (3)4 (4)5 (5)11
- () 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ，若 $A^5 + A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d$ 之值為下列哪一個選項？ (1)10 (2)-5 (3)5 (4)-8 (5)8
- () 如下圖，聚光燈照射的燈光形成直圓錐狀，其中直圓錐的軸與地面垂直且與母線的夾角為 15° 。若將聚光燈向右傾斜 θ 角後，燈光照射在地面上的區域邊界為拋物線的部分圖形，則 θ 之值為下列哪一個選項？



- (1) 15° (2) 30° (3) 45° (4) 60° (5) 75°

二、多選題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個選項或五個選項或未作答得 0 分)

- () 設 A, B 及 C 為二階方陣， O 為二階零矩陣， I 為二階單位方陣， $\det(A)$ 表示 A 的行列式值。選出正確的選項。
(1)若 $A^2 = A$ ，則 $A = O$ 或 $A = I$ (2)若 $AB = I$ ，則 $BA^2 = A$ (3)若 $AB = O$ ，則 $BA = O$ (4)若 $\det(A) \neq 0$ ，且 $AB = AC$ ，則 $B = C$ (5)若 $\det(AB) \neq 0$ ，則 $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$
- () 設 A 為實係數二階方陣，則下列哪些選項中的 A 必有乘法反方陣？ (1) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$ (2) $A = \begin{bmatrix} x+1 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ ，其中 x 為任意實數 (3) $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 且 $A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (4) 方程組 $A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 有無限多解 (5) 方程組 $A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 恰有一組解
- () 空間中一直圓錐面以直線 L 為軸，頂點為 V 。今一平面 E 為不通過頂點 V 的平面，有關平面 E 與直圓錐面的截痕，下列選項何者正確？ (1)當平面 E 與軸 L 垂直時，其截痕為圓 (2)當平面 E 與軸 L 平行時，其截痕為拋物線 (3)當平面 E 與軸 L 不平行時，其截痕為橢圓 (4)當平面 E 與其中一條母線平行時，其截痕為拋物線 (5)當平面 E 與任意一條母線都不平行，其截痕為雙曲線

三、填充題(計分方式如下)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	6	12	18	24	30	36	42	48	52	55	58

- 設 A, B 為二階方陣，已知 $A+2B = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ ， $2A-B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ 。若 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+d =$ _____。

2. 若
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 & \dots \\ 2 & 3 & 8 & 15 & \dots \\ 5 & 6 & 7 & 14 & \dots \\ 10 & 11 & 12 & 13 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{n \times n}$$
，若 $a_{rs} = 1000$ ，則數對 $(r, s) =$ _____。

3. 設 $A = [a_{ij}]_{10 \times 5}$ ， $B = [b_{ij}]_{5 \times 10}$ ，其中 $a_{ij} = i + j$ ， $b_{ij} = i - j$ ，若 $AB = C = [c_{ij}]_{10 \times 10}$ ，則 c_{55} 之值為_____。

4. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A + A^2 + A^3 + A^4 =$ _____。

5. 已知 A 為二階方陣，且 $A^2 = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $A^5 = \begin{bmatrix} 32 & -31 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A =$ _____。

6. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ 。若 $A \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -2 \end{bmatrix}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

7. 英文字母共有 26 個，所以我們可以將 $a, b, c, \dots, z$ 編成 01、02、……、26 等 26 個號碼，並以行矩陣表示，如 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

代表 a ， $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 代表 b ，……， $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ 代表 z 。使用時，先將單字編為號碼，再以矩陣 X 表示此單字。例如，“*cat*”的編碼是

03，01，20，可用矩陣 $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 表示，接著用矩陣運算加密後，再傳送出去。若小強與小志以此方式傳送訊息，並

約定用方陣 $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ 加密，例如 $AX = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ 。若小強收到小志傳來的訊息（加密後）

矩陣為 $\begin{bmatrix} -27 & -24 & -15 \\ 11 & 8 & 5 \end{bmatrix}$ ，試求小志的原始訊息為_____。

8. 設 $T = \{-1, 0, 1\}$ ，且集合 $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in T \right\}$ 於 S 中任取一方陣 A ，求 A^{-1} 存在的機率為_____。

9. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $(I - \frac{1}{3}A)^5 = aI + bA$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

10. 平面上直線 $L: y = mx$ 經二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ 變換後，仍為直線 L ，則 $m =$ _____ (兩解)。

11. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出長軸長為 12 的橢圓，且橢圓上距離頂點最近的距離為 8，最遠的距離為 10，則直圓錐面頂點到橢圓中心的距離為_____。

市立臺中一中 112 學年度第二學期期末考 高二數學 B 答案卷

班級：_____座號：_____姓名：_____

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

1	2	3

二、多選題(每題 8 分，共 24 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 4 分，錯三個選項得 2 分，錯四個選項或五個選項或未作答得 0 分)

1	2	3

三、填充題(計分方式如下)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分數	6	12	18	24	30	36	42	48	52	55	58

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	

市立臺中一中 112 學年度第二學期 期末考 高二數學 B 簡答

一、

1. (2) 2. (1) 3. (5)

二、

1. (2)(4) 2. (2)(3)(5) 3. (1)(4)

三、

1. 7 2. (25, 32) 3. -70 4. $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -20 & 4 \end{bmatrix}$ 5. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 6. $(-2, -1)$ 7. she 8. $\frac{16}{27}$ 9. $(1, -\frac{31}{3})$
10. $-\frac{1}{3}$ 或 1 11. $\sqrt{46}$