

新竹市新竹高中 112 上高二第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 80 分）

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 已知對數 $\log_a b$ 有意義，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $a > 0$
- (2) $a \neq 1$
- (3) $b > 0$
- (4) $b \neq 1$

2. 關於對數的運算，下列哪些選項是正確的？

- (1) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$
- (2) $\log_a x \log_a y = \log_a (x + y)$
- (3) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
- (4) $\log_a x^n = n \log_a x$

3. 關於指數函數 $f(x) = a^x$ 和對數函數 $g(x) = \log_a x$ 的敘述，下列哪些選項是正確的？

- (1) 當 $a > 1$ 時，兩者都是嚴格遞增函數
- (2) 當 $0 < a < 1$ 時，兩者都是嚴格遞減函數
- (3) 當 $a > 1$ 時，兩者的函數圖形都是凹口向上
- (4) 當 $0 < a < 1$ 時，兩者的函數圖形都是凹口向下

4. 關於指數函數和對數函數的對稱性，下列哪些選項是正確的？

- (1) $y = a^x$ 和 $y = a^{-x}$ 的圖形對稱 y 軸
- (2) $y = \log_a x$ 和 $y = -\log_a x$ 的圖形對稱 x 軸
- (3) $y = a^x$ 和 $y = \log_a x$ 的圖形對稱於直線 $x - y = 0$
- (4) $y = -a^x$ 和 $y = \log_a \frac{1}{x}$ 的圖形對稱於直線 $x + y = 0$

二、填充題（占 60 分）

說明：第 5 題至第 10 題，每格 6 分。

5. (1) $2^{-3} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(2) $8^{-\frac{1}{3}} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(3) 若 $\sqrt[3]{a^{\frac{9}{2}}\sqrt{a^{-3}}} = a^x$ ，則 $x = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

6. 設 x, y 為實數，若 $67^x = 27, 603^y = 81$ ，則 $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

7. (1) $\log_2 32 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(2) $\log_3 \sqrt[3]{3} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(3) $\log_4 \frac{1}{1024} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

8. 已知 $\log_{(x-1)}(2x^2 - 5x - 7)$ 有意義，則 x 的範圍為 $\text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

9. $\log \frac{14}{25} - 5 \log 2 - 2 \log 3 + \log \frac{36}{7} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

10. 已知 $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) < \log_{\frac{1}{4}}(8-x)$ ，則 x 的範圍為 $\text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

第貳部分：混合題（占 20 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

11 — 16 題組

天文學中，在地球上根據肉眼觀測星球的亮度 x 來定義其視星等

$$y = -\frac{5}{2}(\log x - \log a)$$

，其中 a 是織女星的亮度。而考量到星球距離與星際間塵埃的遮蔽，在太空中真實的星球亮度稱為絕對星等 z ，視星等與絕對星等的換算公式為 $z = y + 5 - 5 \log d$ ，其中 d 是星球距離有關的數。請回答下列問題：($\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$)

11. 假設肉眼觀測的一等星亮度為 x_1 ，請根據題目的公式寫出一個和 x_1 有關的數學式。（非選擇題，3 分）

12. 假設肉眼觀測的六等星亮度為 x_2 ，請根據題目的公式寫出一個和 x_2 有關的數學式。(非選擇題，3 分)
13. 根據前兩題，求出一等星亮度 x_1 是六等星亮度 x_2 的【 】倍。(填充題，4 分)
14. 織女星是【 】等星。(填充題，4 分)
15. 已知織女星的亮度是北極星亮度的 $10^{0.8}$ 倍，則北極星是【 】等星。(填充題，3 分)
16. 已知北極星的 d 值是 135，則北極星的絕對星等是【 】。(填充題，3 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 123 2. 13 3. 12 4. 1234

5. (1) $\frac{1}{8}$; (2) 1; (3) $\frac{1}{2}$

6. -2

7. (1) 5; (2) $\frac{1}{3}$; (3) -5

8. $x > \frac{7}{2}$

9. -2

10. $4 < x < 8$

第貳部分：混合題

11. $1 = -\frac{5}{2}(\log x_1 - \log a)$

12. $6 = -\frac{5}{2}(\log x_2 - \log a)$

13. 100

14. 0

15. 2

16. -3.6515