

高雄市高雄女中 112 上高一期末考

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x + 1$ 所得的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 $x - 1$ ，則：

- (1) 以 $2x^2 - 4x + 2$ 除 $f(x)$ 所得的商式為 $2Q(x)$
- (2) 以 $2x^2 - 4x + 2$ 除 $f(x)$ 所得的餘式為 $x - 1$
- (3) 以 $Q(x)$ 除 $f(x)$ 所得的商式為 $x^2 - 2x + 1$
- (4) 以 $Q(x)$ 除 $f(x)$ 所得的餘式為 $x - 1$
- (5) 以 $x^2 - 2x + 1$ 除 $xf(x)$ 所得的餘式為 $x - 1$

2. 若實係數多項式 $f(x) = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ ，存在水平直線與 $f(x)$ 函數圖形交於相異三點，對稱中心為 $(-1, m)$ ，且 $y = f(x)$ 在 $x = -1$ 附近的局部特徵近似於直線 $y = -2x - 1$ ，請選出正確的選項？

- (1) $a > 0$
- (2) $b < 0$
- (3) $c > 0$
- (4) $d > 0$
- (5) $a + b + c + d > 0$

3. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，對於任意實數 t ，都有 $f(-1+2t) = f(-1-2t)$ ，且 $f(0) > 0$ ， $f(1) = -3$ ，請選出正確的選項？

- (1) $a > 0$
- (2) $a - b + c > 0$
- (3) $4a - 2b + c > 0$
- (4) $g(x) = cx^2 + bx + a$ 與 x 軸有 2 個交點
- (5) $g(x) = cx^2 + bx + a$ 最小值小於 0

4. 試問下列各選項，何者與不等式 $(x-1)(x-3) \leq 0$ 有相同的解？

(1) $(x-1)^2(x-3)^3 \leq 0$

(2) $(x-1)(x-3)(x^2+1) \leq 0$

(3) $(x-1)^2(x-3)^3(x^3-1) \leq 0$

(4) $(x-1)^4(x-3)^8(x^2-4x+3) \leq 0$

(5) $(x-1)(x-3)(x-4)^2 \leq 0$

二、填充題（占 80 分）

說明：第 5 題至第 17 題。															
答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	15	22	28	34	40	45	50	55	60	64	68	72	76	80

5. 若 $f(x) = x(x-1)(x-2)(x-3) + (x-1)(x-2)(x-3) + (x-2)(x-3) + (x-3) + 5$ ，則 $f(x)$ 展開式中的各項係數和為【 】。

6. 設 $f(x)$ 為多項式函數，若 $x^2f(x)$ 除以 $(2x-1)$ 之餘式為 3，則 $x^3f(x)$ 除以 $(2x-1)$ 之餘式為【 】。

7. 已知多項式 $f(x)$ 有因式 x ，且 $f(2) = 4$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x$ ，可得餘式為【 】。

8. 求解不等式 $(x+1)^2(x-3)(x^2-x-1) \geq 0$ ：【 】。

9. 已知 $y = ax^2 - 2x - 3$ 的圖形恆在直線 $y = -2x - a$ 之上方，則實數 a 的範圍為【 】。

10. $y = f(x) = 3x^2 - 8x + 9$ ，在 $1 \leq x \leq 5$ 範圍內， $f(x)$ 的最小值為 m ， $f(x)$ 的最大值為 M ，則數對 $(m, M) =$ 【 】。

11. $f(x) = -2x^3 + 12x^2 - 14x + 1$ ，請回答下列問題：

(1) $y = g(x) = ax^3 + px$ 的圖形向右平移 h 單位，向上平移 k 單位會與 $y = f(x)$ 圖形重合，則序組 $(p, h, k) =$ 【 】。

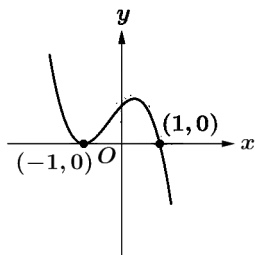
(2) $f(x) = a(x-3)^3 + b(x-3)^2 + c(x-3) + d$ ，則序組 $(a, b, c, d) =$ 【 】。

(3) $y = f(x)$ 在 $x = 3$ 附近的局部特徵近似於直線 $L: y = mx + n$ ，則數對 $(m, n) =$ 【 】。

12. 若 $f(x)$ 為一實係數多項式， $\deg(f(x)) = 3$ ，且滿足 $f(-1) = f(0) = f(1) = 5$ ， $f(2) = 17$ ，則 $f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 已知多項式函數 $f(x)$ 的廣域特徵近似於 $y = x^3$ ，對於任意實數 t ， $f(5+t) + f(1-t) = 4$ 恆成立，且 $y = f(x)$ 在 $x = 3$ 附近的局部特徵近似於直線 $y = 4x + k$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

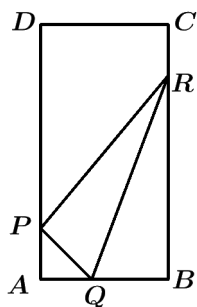
14. 若三次多項式函數 $y = f(x)$ 部分圖形的示意圖如右， $y = f(x)$ 與 x 軸交於兩點 $(-1, 0)$ 、 $(1, 0)$ ，則不等式 $(x^2 - 3x - 4)f(x) \leq 0$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



15. 實係數多項式 $f(x) = a(x-3)^5 + b(x-3)^4 + c(x-3)^3 + d(x-3)^2 + e(x-3) + f = (3x-1)^5 - 12(3x-1)^4 + 13(3x-1)^3 - 25(3x-1)^2 + 37(3x-1) + 56$ ，則 $a + b + c + d + e + f = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 已知 $f(x)$ 與 $g(x)$ 均為二次多項式函數， $f(x)$ 在 $x = a$ 有最小值為 -3 ， a 為整數， $g(x)$ 有最大值為 5 且 $g(a) = 2$ ， $f(x) - g(x) = 4x^2 - 10x - 1$ ，則 $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 給定長方形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AD} = 10$ ，今在 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 三邊上分別取 P 、 Q 、 R 三點使得 $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{CR}$ ，連接 P 、 Q 、 R 得到三角形 $\triangle PQR$ ，則 $\triangle PQR$ 面積的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



參考答案

1. 25

2. 14

3. 2345

4. 234

5. 5

6. $\frac{3}{2}$

7. $2x$

8. $x \geq 3$, $\frac{1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $x = -1$

9. $a > 3$

10. $\left(\frac{11}{3}, 44\right)$

11. (1) (10 , 2 , 5) ; (2) (-2 , -6 , 4 , 13) ; (3) (4 , 1)

12. -7

13. -10

14. $x \geq 4$, $-1 \leq x \leq 1$

15. 100

16. $-3x^2 + 6x + 2$

17. $\frac{225}{16}$