

台南市台南一中 112 下高一第二次期中考

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 10 分。（每個選項 2 分）

1. 請選出正確者：

- (1) 「 $a = 1$ 且 $b \neq 2$ 」的否定命題為「 $a \neq 1$ 或 $b = 2$ 」
- (2) 「至少有一位同學上課玩手機」的否定命題為「至少有一位同學上課沒玩手機」
- (3) 若 n 為正整數且 n^2 是 18 的倍數，則 n 是 18 的倍數
- (4) 「 $x \neq 1$ 」是「 $x^2 \neq x$ 」的充分條件
- (5) 已知 A 、 B 為兩集合，「 $A \subseteq B$ 」是「 $A - B = \emptyset$ 」的充要條件

2. 請選出正確者：

- (1) $\frac{P_5^{20}}{5!} = C_{15}^{20}$
- (2) $C_8^{20} + C_9^{20} = C_{10}^{21}$
- (3) $C_1^{11} + C_3^{11} + C_5^{11} + C_7^{11} + C_9^{11} + C_{11}^{11} = 2$
- (4) $C_0^{10} + C_1^{11} + C_2^{12} + C_3^{13} + C_4^{14} + C_5^{15} = C_5^{16}$
- (5) $C_0^6 - 3C_1^6 + 3^2C_2^6 - 3^3C_3^6 + 3^4C_4^6 - 3^5C_5^6 + 3^6C_6^6 = 2^6$

二、填充題（占 70 分）

說明：第 3 題至第 16 題，每題 5 分。

3. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{10}$ 展開式中 x^{11} 項係數為【 】。

4. 班上有 35 位同學，其中 24 位會彈吉他，19 位會演奏小提琴。同時會彈吉他與演奏小提琴的最多可能為 M 人，最少可能為 m 人，求數對 $(M, m) =$ 【 】。

5. 宇集 U 為 $1 \sim 100$ 的自然數所成之集合， A 、 B 為 U 中兩集合，且 A 為 2 的倍數所成之集合， B 為 3 的倍數所成之集合，求 $A \cap B'$ 的元素個數【 】。

6. 甲、乙、丙、 $\dots$ 等 6 人排成一列，求甲、乙、丙完全分開的排列數【 】。
7. 符合前三位皆奇數，末兩位皆偶數，且 5 個數字皆相異的五位數有多少個【 】。
8. 由 1~9 等九個正整數中任取相異兩數， A 表兩數和為偶數的事件， B 表兩數差為奇數的事件，試問 A 、 B 是否互斥？【 】。
9. 袋中有 2 個紅球，3 個白球，4 個黑球，每球被取出的機會均等。今自袋中取兩球，求兩球同色的機率【 】。
10. 擲一均勻骰子，若出現偶數點，可得點數兩倍的錢；若出現奇數點，須賠點數三倍的錢。例如擲出 4 點得 8 元，5 點賠 15 元。試問擲一次骰子得錢數的期望值是【 】元（須註明賺或賠）。
11. 由三位正整數中任取一數，求數字中有 9 的機率【 】。
12. 9 位好友相邀出遊，分乘三輛品牌不同汽車，每輛最多可坐 4 人，共有多少種乘車方式【 】。
13. 甲、乙、丙、 $\dots$ 等 6 人排成一列，求甲、乙在丙、丁中間，四人不一定要相鄰的機率【 】。
14. 坐標平面上每次的操作只能從格子點沿五種方向（上、下、左、右、右上）選一，到最近的格子點，例如在 $(1, 0)$ 經一次操作能到 $(1, 1)$ 、 $(1, -1)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(2, 0)$ 、 $(2, 1)$ 之一。求從 $(0, 0)$ 操作 5 次到達 $(2, 1)$ 的方法數【 】。
15. 投擲一均勻骰子四次，設點數依序為 a, b, c, d ，
求 $(a - b)(b - c)(c - d)(d - a) = 0$ 的機率【 】。
16. 由 $AAAABBBCCD$ 中取 5 個字母排列，求同字母不相鄰的排法數【 】。

三、混合題（占 10 分）

說明：第 17 題，每題 4 分；第 18 題，每題 6 分。

17. 求 $x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ 除以 $x + 2$ 的商與餘式（寫答案即可，不用計算過程）
18. 求 $(x^3 + 6x^2 + 12x + 7)^{100}$ 除以 $(x + 2)^5$ 的餘式（須計算過程）

參考答案

1. 15 2. 1345

3. 120

4. (19, 8)

5. 34

6. 144

7. 1200

8. 是

9. $\frac{5}{18}$

10. 賠 $\frac{1}{2}$ 元

11. $\frac{7}{25}$

12. 11130

13. $\frac{1}{6}$

14. 140

15. $\frac{37}{72}$

16. 196

17. 商： $x^2 + 4x + 4$ ；餘式： -1

18. $-100x^3 - 600x^2 - 1200x - 799$