

台北市成功高中 112 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 在空間中，下列敘述哪些是正確的？

- (1) 在空間中的同一平面上，兩相異直線，若不相交必平行
- (2) 兩相異直線不相交，必有唯一的公垂線
- (3) 兩相交的直線(含重合)，其公垂線必不與此二直線共平面
- (4) 任兩條直線皆有公垂線
- (5) 三條直線交於相異三點，則此三條直線必在同一平面上

2. 下列敘述哪些是正確的？

- (1) 平面上直線 L 與點 E ，恰有一直線過點 E 與直線 L 垂直
- (2) 空間中直線 L 與點 E ，恰有一平面過點 E 與直線 L 平行
- (3) 空間中直線 L 與點 E ，恰有一平面過點 E 與直線 L 垂直
- (4) 空間中直線 L 與點 E ，恰有一直線過點 E 與直線 L 垂直
- (5) 平面上直線 L 與線外一點 E ，恰有一直線過點 E 與直線 L 平行

3. 下列敘述哪些是正確的？

- (1) 若 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{a} = \vec{b}$
- (2) 若 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{c}$ ，則 $\vec{a} = \vec{b}$
- (3) 若三非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 不共平面，則 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$
- (4) 若 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$
- (5) 若 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ 且 $|\vec{a} \times \vec{c}| = |\vec{c} \times \vec{b}|$ ，則 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

二、填充題（占 65 分）

說明：第 4 題至第 13 題，前格 5 格，每格 5 分；其餘每格 5 分。

4. 長 6 寬 4 的長方形紙張 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{CD}$ 上一點 E ， $\overline{DE} = 4$ ，紙張放平將 D 點所在的角沿 $\overline{AE}$ 摺起，使得 D 點在平面 $ABCE$ 的投影點落在 $\overline{AE}$ 上，則此時的 $\cos \angle DAB =$ 【 】。

5. 若稜線長為 4 的正四面體中，把任兩條稜線之中點相連，則所有的連線段長之總和為【 】。

6. $D-ABC$ 為四面體，其中 $\overline{DA}$ 垂直 $\overline{AB}$ 和 $\overline{AC}$ ，且 $\overline{DB} \perp \overline{BC}$ ；已知 $\overline{DA} = 6$ ， $\overline{BD} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ，若平面 DAB 與平面 DAC 之夾角為 θ ，則 $\cos \theta$ 之值【 】。

7. 若 $\vec{a} = (2, 1, 1)$ ，滿足 $\vec{a} \times \vec{b} = (6, -6, -6)$ 的所有 $\vec{b}$ 中，則 $|\vec{b}|$ 最小值時的 $\vec{b}$ 為【 】；與 $\vec{a}$ 夾角 60° 時的 $\vec{b}$ 為【 】。

8. 已知 $\vec{a} = (1, 1, 2)$ 與 $\vec{b} = (x, y, z)$ 夾角 60° ， $\vec{c} = (0, \alpha, \beta)$ 與 $\vec{a}$ 夾角 30° ，若 $\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c}$ ，則 $x + y + z + \alpha + \beta$ 之值為【 】。

9. 空間中三點 $A(1, -1, 0)$ ， $B(6, 2, 4)$ ， $C(3, 1, 1)$ ，若 $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 的正射影為 $\overrightarrow{AD}$ ，其中 D 點為 C 點在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影點，則 D 點坐標為【 】。

10. 若 x, y, z 為實數，已知 $x + y + 2z = 10$ ，則 $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2$ 有最小值【 】。

11. 空間中四點 $A(1, -1, 0)$ ， $B(2, 3, 4)$ ， $C(3, 1, 1)$ ， $D(-2, 4, 6)$ ，則

(1) $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 三向量所張成平行六面體之體積為【 】。

(2) D 點到平面 ABC 的距離為【 】。

12. 試求

(1) 行列式 $\begin{vmatrix} 12 & -21 & 18 \\ 7 & 35 & 14 \\ -4 & 7 & 6 \end{vmatrix}$ 的值為【 】。

(2) 若 $\vec{a} = (-2, 3, -7)$ ， $\vec{b} = (4, 6, -11)$ ，則 $\vec{a} \times \vec{b} =$ 【 】。

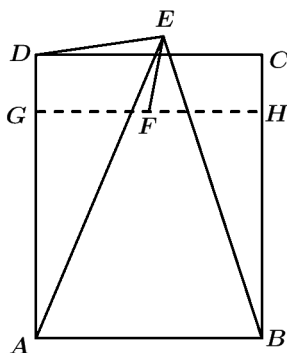
13. 已知空間中 $2\vec{a} - 3\vec{b}$ 、 $3\vec{c} - 2\vec{a}$ 、 $-5\vec{b} + 3\vec{c}$ 三向量在同一始點的情況下，與三向量之終點所形成的四面體體積為 16，則 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 三向量所張成的平行六面體體積為【 】。

第貳部分：混合題（占 11 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

本校——台北市立成功高級中學——校園裡，重要的紀念性碑像有三座：其一，成功紀念碑；其二，孔子雕像；其三，馬到成功雕像，身為成功人不可不知。濟南路正門進來向左手邊走，便可依序見到。其中孔子雕像如下圖一，圖二為對應之概略幾何圖說明如下：



孔子立像(含底座，即 $\overline{EF}$) 頭頂對應 E 點，底座位置 F 點(為 $\overline{GH}$ 中點)，下有一長方形木板平臺 $ABCD$ (忽略平臺高度，其中 $\overline{GH} \parallel \overline{AB}$) 前後長 ($\overline{AD}$) 10 公尺，左右長 ($\overline{AB}$) 8 公尺，孔子像居於長方形木板平臺正中間偏後 3 公尺 ($\overline{AG} = 8$) 的位置。孔子是儒家重要代表人物，後世稱為至聖。在孔廟裡至聖居中，兩旁有顏回子思與曾子孟子合稱四配，三千弟子中另有十哲七十二賢。孔子的教育理念推行有教無類，普及一般平民百姓，在教育史上有歷史變革的重要意義。他主張因材施教，使弟子們的啟發得到個人最直接的效益，對華人的地區，乃至台灣近代強調適性揚才等教育理念皆有非常大的影響，故後世尊稱孔子為至聖先師、萬世師表。今若從孔子頭像頂 E 點量到前方 A 與 B 二點的距離都是 10 公尺，據本文的敘述內容，試回答下列問題。

14. 請問孔子像(含底座，即 $\overline{EF}$) 的高為【 】公尺。(填充題，4 分)

15. 若平面 ABE 與平面 $ABCD$ 的夾角為 θ ，試求 $\cos \theta$ 值為何？(非選擇題，7 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 145

2. 135

3. 34

4. $\frac{1}{2}$

5. $24 + 6\sqrt{2}$

6. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

7. $3\sqrt{2}$; $(2, -2, 4)$, $(2, 4, -2)$

8. 12 or 7.2

9. $\left(3, \frac{1}{5}, \frac{8}{5}\right)$

10. 24

11. (1) 11 ; (2) $\frac{11\sqrt{101}}{101}$

12. (1) 6804 ; (2) $(9, -50, -24)$

13. $\frac{4}{3}$

第貳部分：混合題

14. $2\sqrt{5}$

15. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$