

# 台北市中山女高 112 下高一期末考

## 一、是非題（占 12 分）

---

說明：第 1 題至第 6 題，每題 2 分。

1.  $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = 1$

2. 若  $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ，則  $\sin \theta = 3$  且  $\cos \theta = 4$

3. 已知  $P(-3, 5)$  為標準位置角終邊上的一點，則  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

4.  $\triangle ABC$  中，若  $\cos A < 0$ ，則  $\angle A$  為鈍角

5.  $\sin(-180^\circ) = -1$

6.  $\sin 120^\circ > \cos 120^\circ$

## 二、單選題（占 16 分）

---

說明：第 7 題至第 10 題，每題 4 分。

7.  $\sqrt{2} \sin^2 30^\circ - 3 \tan 45^\circ + \sqrt{2} \sin^2 60^\circ$  之值為何？

(1)  $\sqrt{2} - 3$

(2)  $\sqrt{2}$

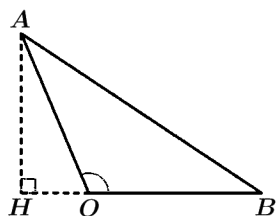
(3)  $-\sqrt{2}$

(4)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(5)  $-2$

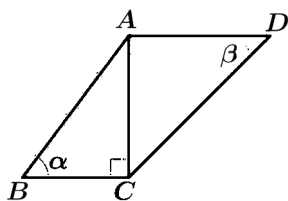
8. 如圖，已知  $\overline{OA} = 12$ ， $\angle AOB = 113^\circ$ ，下列何者為  $\overline{OH}$  的長？

- (1)  $12 \sin 113^\circ$
- (2)  $-12 \sin 113^\circ$
- (3)  $12 \cos 113^\circ$
- (4)  $-12 \cos 113^\circ$
- (5)  $12 \tan 113^\circ$



9. 如圖， $\overline{AB} = 5$ ， $\angle BCA = \angle CAD = 90^\circ$ ，且  $\angle ABC = \alpha$ ， $\angle ADC = \beta$ ，則  $\overline{CD}$  之長為下列哪一個選項？

- (1)  $5 \sin \alpha \sin \beta$
- (2)  $5 \sin \alpha \cos \beta$
- (3)  $\frac{5 \tan \alpha}{\tan \beta}$
- (4)  $\frac{5 \sin \alpha}{\sin \beta}$
- (5)  $\frac{5 \sin \alpha}{\cos \beta}$



10. 已知  $\triangle ABC$  之三邊長為  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = \sqrt{17}$ ，則  $\triangle ABC$  之面積為何？

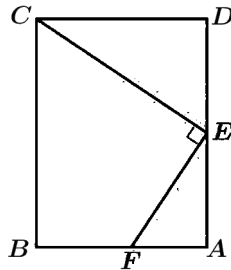
- (1)  $2\sqrt{17}$
- (2) 5
- (3)  $5\sqrt{17}$
- (4) 6
- (5) 8

### 三、多選題（占 32 分）

說明：第 11 題至第 14 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

11. 如圖，矩形  $ABCD$  中， $\angle BFE = \theta$ ， $\angle CEF = \angle CBF = 90^\circ$ ， $\overline{EF} = a$ ， $\overline{CE} = b$ 。請選出正確的選項。

- (1)  $\angle DEC = \theta - 90^\circ$
- (2)  $\overline{AE} = a \sin \theta$
- (3)  $\overline{DE} = b \cos \theta$
- (4)  $\overline{BC} = a \sin \theta + b \cos \theta$
- (5)  $\overline{BF} = b \sin \theta + a \cos \theta$



12. 已知坐標平面上三點的極坐標分別為  $A[2, 23^\circ]$ 、 $B[3, 143^\circ]$ 、 $C[3\sqrt{3}, 233^\circ]$ ，以下敘述何者正確？

- (1)  $\overline{AC} = 7$
- (2)  $\triangle ABC$  為鈍角三角形
- (3)  $\sin A = \frac{6}{7} \sin B$
- (4)  $\cos C = \frac{11}{14}$
- (5)  $\triangle ABC$  的面積為  $12\sqrt{3}$

13. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的對邊邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，以下敘述何者正確？

- (1)  $\sin(B + C) = \sin A$
- (2) 若  $\sin(2B) = \sin(2C)$ ，則  $\triangle ABC$  為等腰三角形
- (3) 若  $\angle A = 55^\circ$ ， $a = 7$ ， $c = 8$ ，則可以確定  $\triangle ABC$  的面積
- (4) 若  $\angle A = 55^\circ$ ， $a = 7$ ， $c = 8$ ，則可以確定  $\triangle ABC$  的外接圓半徑
- (5) 若  $60^\circ \leq \angle A \leq 75^\circ \leq \angle B$ ，則  $\sin C \leq \cos C$

14. 113 年 4 月 3 日早上 7:58 在花蓮發生規模 7.2 的強震後，各界開始關注房屋安全。依照「北市建築物工程施工損害鄰房鑑定手冊」：

$$\text{房屋傾斜率}(S) = \frac{\text{建物傾斜水平位移量}(\Delta)}{\text{建物現況高度}(H)}$$

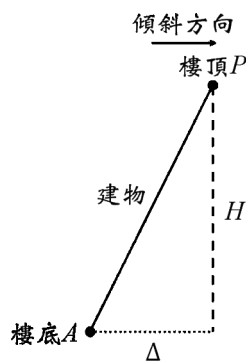
若  $\frac{\Delta}{H} < \frac{1}{200}$ ，屬於安全範圍內；若  $\frac{1}{200} \leq \frac{\Delta}{H} \leq \frac{1}{40}$ ，會影響結構安全、建議修復補強；若  $\frac{\Delta}{H} > \frac{1}{40}$ ，需進行重建。

舉例來說：如圖，建物現況高度 1500 公分，建物傾斜水平位移 5 公分，

則傾斜率為  $\frac{5}{1500} = \frac{1}{300}$ ，小於  $\frac{1}{200}$ ，屬於安全範圍內。

小泓想量測學校附近一棟高樓之傾斜率，已知這棟大樓往正東方傾斜，其傾斜水平位移量 ( $\Delta$ ) 為 50 公分，他在這棟高樓正東方一點  $B$ ，量測高樓樓頂  $P$  點的仰角為  $37^\circ$ ，接著往高樓樓底  $A$  點前進 20 公尺抵達  $C$  點，此時量測高樓樓頂  $P$  點的仰角為  $45^\circ$ ，已知  $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$ ，則下列選項何者正確？

- (1) 此高樓現況高度 ( $H$ ) 為 60 公尺
- (2)  $\overline{AC}$  距離為 60 公尺
- (3)  $\overline{AP}$  為 60 公尺
- (4) 依照傾斜率計算，此棟高樓會影響結構安全
- (5) 若小泓抵達  $C$  點後向正北方前進 20 公尺抵達  $D$  點，量測高樓樓頂  $P$  點的仰角為  $\theta$ ，則  $\theta < 45^\circ$



#### 四、填充題（占 40 分）

說明：第 15 題至第 22 題，每題 5 分。

15. 若  $3 \sin \theta \tan \theta = 8$ ，則  $\cos \theta$  之值為【        】。

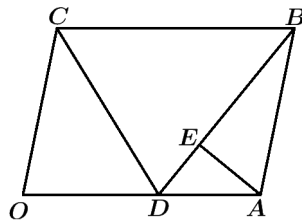
16. 設  $\sin(-134^\circ) = a$ ，試以  $a$  表示  $\tan 2024^\circ$  的值为【      】。

17. 已知  $\cos \theta = -\frac{5}{13}$ ，且  $\cos \theta + \sin \theta < 0$ ，則  $\tan(\theta + 90^\circ)$  之值为【      】。

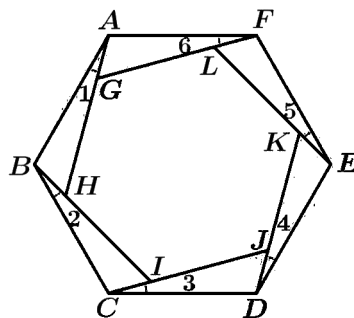
18. 坐標平面上兩直線  $L_1$  與  $L_2$  的其中一個夾角為  $28^\circ$ 。已知  $L_1$  的直線方程式為  $\sqrt{3}x + y = 5$ ，則直線  $L_2$  的斜角  $\theta$  可能為【      】度。(請注意！斜角  $\theta$  的範圍為： $-90^\circ < \theta \leq 90^\circ$ )

19. 設直角  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 13$ ，若  $D$  在  $\overline{BC}$  上，且  $\sin \angle BAD = \frac{24}{25}$ ，則  $\overline{AD}$  的長度為【      】。

20. 如圖，四邊形  $OABC$  為一平行四邊形。已知  $\overline{OA} = 7$ ， $\overline{OC} = 5$ ， $\cos \angle AOC = \frac{1}{5}$ ， $\overline{OA}$  邊上取一點  $D$ ，使得  $\overline{OD} = 4$ ，並連接  $\overline{BD}$ 。若過  $A$  點對  $\overline{BD}$  作垂線交  $\overline{BD}$  於  $E$  點，則  $\overline{DE}$  長度【      】。



21. 已知  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ， $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ，若正六邊形  $ABCDEF$  的邊長為 1，且  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 6 = 15^\circ$ ，則正六邊形  $GHIJKL$  的邊長為【      】。



22. 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $M$  是  $\overline{BC}$  中點。過點  $A$  作一直線  $L$  與  $\overline{AM}$  垂直，設  $L$  與直線  $BC$  交於點  $D$ ，則  $\overline{CD}$  的長度為【      】。

参考答案

1.  $\bigcirc$  2.  $\times$  3.  $\times$  4.  $\bigcirc$  5.  $\times$  6.  $\bigcirc$

7. 1 8. 4 9. 4 10. 5

11. 25 12. 134 13. 145 14. 145

15.  $\frac{1}{3}$

16.  $\frac{\sqrt{1-a^2}}{-a}$

17.  $-\frac{5}{12}$

18.  $-32^\circ$  或  $-88^\circ$

19.  $\frac{125}{17}$

20.  $\frac{3\sqrt{15}}{5}$

21.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

22.  $\frac{45}{7}$