

桃園市武陵高中 112 上高三第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 84 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 試從下列選項中，選出在 $x = 0$ 連續的函數。

(1) $f_1(x) = x$

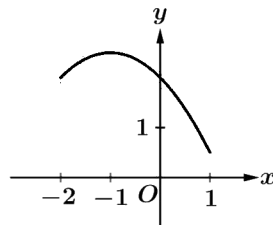
(2) $f_2(x) = [x]$

(3) $f_3(x) = |x|$

(4) $f_4(x) = x[x]$

(5) $f_5(x) = \left| x - [x] - \frac{1}{2} \right|$

2. 已知三次實係數多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ ，在 $-2 \leq x \leq 1$ 範圍內的圖形如圖，試選出正確的選項。



(1) $a > 0$

(2) $b > 0$

(3) $c > 0$

(4) $3a - b > 0$

(5) $f(x)$ 的反曲點的 y 坐標為正

3. 設 $F(x)$ 為一實係數多項式且 $F'(x) = f(x)$ 。已知 $f'(x) > x^2 + 1$ 對所有的實數 x 均成立，試選出正確的選項。

(1) $f(x)$ 為遞增函數

(2) $f'(x)$ 為遞增函數

(3) $F(x)$ 為遞增函數

(4) $f(x)$ 有極值

(5) $F(x)$ 有極值

二、填充題（占 60 分）

說明：第 4 題至第 11 題，每格 6 分。

4. 試求下列函數 $x = -1$ 的導數：

(1) $f(x) = 3x^4 - x^3 + 7x^2 + x - 1, f'(-1) = [\quad]$ 。

(2) $f(x) = \sqrt{x+2}, f'(-1) = [\quad]$ 。

(3) $f(x) = \frac{(x+1)(x+2)^4}{(x^2+3)^2}, f'(-1) = [\quad]$ 。

5. 設函數 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ ，則在函數圖形上和 x 軸平行的切線方程式為 $[\quad]$ 。

6. 已知函數 $f(x) = x^4 + 3x^2 - 5x - 4$ ，估計 $f(1.01)$ 的值為 $[\quad]$ 。（四捨五入到小數點後第二位）

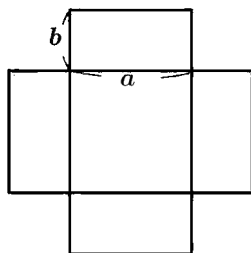
7. 已知 a, b 均為實數，且 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & , x \geq 2 \\ 2x^2 + 3x + b & , x < 2 \end{cases}$ 為可微分函數，

則數對 $(a, b) = [\quad]$ 。

8. 已知多項式函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -2$ ，求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)}{3h} = [\quad]$ 。

9. 設 k 為實數，若三次方程式 $2x^3 - 9x^2 - 24x + k = 0$ 有 3 個相異實根，則 k 的範圍為 $[\quad]$ 。

10. 有一款無蓋的長方體紙盒，其底面為邊長 a 公分的正方形，高為 b 公分，紙盒地展開圖如右，其面積為 192 平方公分。若厚度不計，則實數對 $(a, b) = [\quad]$ 時，此長方體紙盒有最大容積。



11. 已知函數 $f(x) = x^4 + ax^3 + 3ax^2 + 1$ 有反曲點，則實數 a 的範圍為 $[\quad]$ 。

第貳部分：混合題（占 16 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

12 — 15 題組

已知三次函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ ，請回答下列問題。

12. 試求 $f(x)$ 在閉區間 $[-2, 5]$ 的極大值與極小值。(非選擇題，3 分)

13. 試求 $f(x)$ 所有的反曲點。(非選擇題，2 分)

14. 描繪 $y = f(x)$ 在閉區間 $[-2, 5]$ 的圖形，並在圖上標出所有極值點與反曲點的坐標，以及和 y 軸的交點坐標。(非選擇題，5 分)

15. 令 $f(x) = 0$ 的實根為 α 、 β 、 γ ，其中 $-2 < \alpha < \beta < \gamma < 5$ 。試利用勘根定理求出 α 、 β 、 γ 分別在哪兩個相鄰整數之間。(非選擇題，6 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1345 2. 4 3. 15

4. (1) -28 ; (2) $\frac{1}{2}$; (3) $\frac{1}{16}$

5. $y = 21, y = -6$

6. -4.95

7. $\left(\frac{11}{4}, -5\right)$

8. $-\frac{4}{3}$

9. $-13 < k < 112$

10. $(8, 4)$

11. $a \geq 8, a \leq 0$

第貳部分：混合題

12. 極大值 6，極小值 -26

13. $(1, -10)$

14. 極大值 $(-1, 6), (5, 6)$ ；極小值 $(3, -26)$ ；反曲點 $(1, -10)$ ； y 軸交點 $(0, 1)$

15. $-2 < \alpha < -1, 0 < \beta < 1, 4 < \gamma < 5$