

彰化縣彰化高中 112 上高二期末考

一、是非題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 3 分。

1. 一正立方體的八個頂點中可以找到四個彼此之間的距離都相等的頂點，且此四個頂點為一個正四面體的四個頂點。
2. 已知 E_1 與 E_2 交於一直線 L ，若直線 L 垂直平面 E ，則 E 為 E_1 與 E_2 的公垂面
3. 過平面 E 外一點 A ，恰與 E 垂直的直線只有一條
4. 垂直於同一直線的兩相異平面必互相平行
5. 平面 E_1 上有一直線與平面 E_2 垂直，則 E_1 與 E_2 垂直
6. 若 L_1 與 L_2 為歪斜線，則在空間中恰可以找到一平面包含 L_1 且平行 L_2

二、填充題（占 70 分）

說明：第 7 題至第 17 題，每小題 5 分。

7. 求行列式 $\begin{vmatrix} \sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 3 & 2\sqrt{2} \\ \sqrt{5} + 2\sqrt{2} - 3 & \sqrt{5} - 3 \end{vmatrix} = ?$

8. $x, y \in \mathbb{R}$ ， $4x^2 + y^2 - 2y - 9 = 0$

(1) 求 $2x - 3y$ 的最大值？

(2) 承 (1)，此時的 $(x, y) = ?$

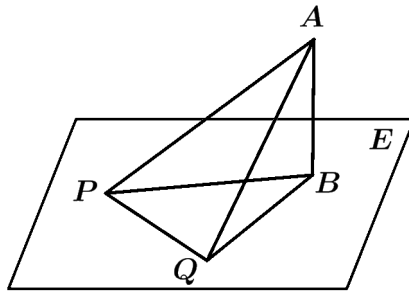
9. 若 x, y 的方程組 $\begin{cases} 2x + y = ax - a + 4 \\ 3x + y = ay - 2a + 5 \end{cases}$ 除了 $(1, 2)$ 外，另有他解，求 a 的值？

10. 設方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解為 $x = 2, y = 3$,

求方程組 $\begin{cases} a_1x + 2b_1y = 3c_1 \\ a_2x + 2b_2y = 3c_2 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = ?$

11. 若 $\triangle ADF$ 的面積為 9，求以 $(3\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AF})$ 和 $(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AF})$ 為兩鄰邊的平行四邊形的面積為何？

12. 如圖，空間中一點 A 在平面 E 上投影點為 B 。 P, Q 均在平面 E 上。 已知平面 APQ 與平面所夾的銳角為 45° ， $\angle APQ = 60^\circ$ ， $\overline{PA} = 20$ ，試求 $\overline{PA}$ 在平面 E 上的正射影長？



13. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ ， $\overline{CA} = 4$ ，若 D 為 $\triangle ABC$ 的外心，且 $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，其中 x, y 為實數。

(1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = ?$

(2) 求 $(x, y) = ?$

14. 設 $\vec{a}, \vec{b}$ 均為非零向量，且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ，

求 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角 $\theta = ?$ 。

15. 坐標平面上，將斜坡以方程式 $x - y = 10$ 表示，再將 $\vec{p} = (10, 4)$ 分成與斜坡平行的，以及與斜坡垂直的 $\vec{q}$ 兩個分量，則 $\vec{q} = ?$

16. 設方程組 $\begin{cases} 3mx + 4y + m = 0 \\ (2m - 1)x + my + 1 = 0 \end{cases}$ 。

(1) 若方程組恰一解，則解 $(x, y) = ?$

(2) 若方程組無解，則 $m = ?$

17. 一正四面體 $ABCD$ 的稜長為 3，求其高為何？

三、計算題（占 12 分）

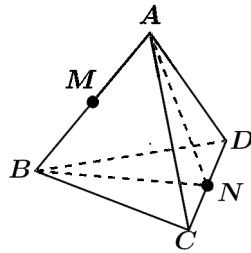
說明：第 18 題。

18. 如圖中， $ABCD$ 為正四面體，稜長為 a 。 M ， N 分別為 $\overline{AB}$ ， $\overline{CD}$ 中點。

(1) 寫出 $\overline{CD}$ 與平面 ABN 垂直的理由。(4 分)

(2) 說明 $\overline{MN} \perp \overline{AB}$ 且 $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ 。(4 分)

(3) 求 $\overline{MN} = ?$ (4 分)



參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. ○ 2. ○ 3. ○ 4. ○ 5. ○ 6. ○

7. -12

8. (1) 7 ; (2) $\left(\frac{1}{2}, -2\right)$

9. $\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

10. $\left(6, \frac{9}{2}\right)$

11. 72

12. $5\sqrt{10}$

13. (1) 18 ; (2) $\left(\frac{4}{9}, \frac{1}{6}\right)$

14. 120°

15. $(3, -3)$

16. (1) $\left(\frac{-m-2}{3m-2}, \frac{2m}{3m-2}\right)$; (2) $\frac{2}{3}$

17. $\sqrt{6}$

第貳部分：混合題

18. (1) 略 ; (2) 略 ; (3) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$