

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期第二次期中考高二數 B 題目卷

注意：請於答案卷上作答並繳回，否則不予計分。

若未確實填寫答案卷上班級座號姓名者酌扣 5 分。

本試卷題型均可以自行判斷採用計算器為計算工具,允許的計算器機型限定下列四款:E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)

一、單選題(每題 6 分，共 18 分。)

1. 已知 π 為圓周率。下列哪一個式子所得的值最大？

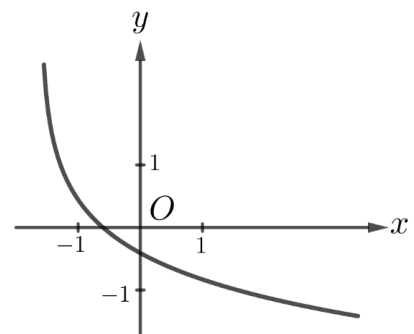
- (1) $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 8$ (2) $9^{\log_9 4}$ (3) $3 + \log_3 \pi$
(4) $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{\pi} \right)^4$ (5) $\log_2 (\sqrt{41} + 5) + \log_2 (\sqrt{41} - 5)$

2. 已知 a 、 b 為實數，且滿足 $5^a = 7^b$ ，試選出正確的選項。

- (1) $\frac{b}{a} < -1$ (2) $-1 < \frac{b}{a} < 0$ (3) $0 < \frac{b}{a} < 1$ (4) $1 < \frac{b}{a} < 2$ (5) $\frac{b}{a} > 2$

3. 函數 $y = a \log(x + b)$ 的函數圖形如右，試問下列何者正確？

- (1) $a > 0$ 且 $-2 < b < -1$
(2) $a < 0$ 且 $b < 0$
(3) $a < 0$ 且 $0 < b < 1$
(4) $a < 0$ 且 $1 < b < 2$
(5) $a < 0$ 且 $b > 2$



二、多重選擇題(每題 10 分，每個選項 2 分，共 30 分，未作答不計分。)

4. 下列敘述何者正確？

- (1) $y = a^x$ 的函數圖形和 $y = \log_a x$ 的函數圖形互相對稱於直線 $y = x$
- (2) $y = a^x$ 的函數圖形和 $y = \log_a x$ 的函數圖形有可能在 $a > 1$ 時沒有交點
- (3) $y = a^x$ 的函數圖形和 $y = \log_a x$ 的函數圖形有可能在 $a > 1$ 時恰一個交點
- (4) $y = a^x$ 的函數圖形和 $y = \log_a x$ 的函數圖形有可能在 $0 < a < 1$ 時恰兩個交點
- (5) $y = a^x$ 的函數圖形和 $y = \log_a x$ 的函數圖形有可能在 $0 < a < 1$ 時恰三個交點

5. 設 $\frac{1}{3} < b < 1 < a < 2$ 。試選出下列正確的選項。

- (1) $2\sqrt{5} > a\sqrt{5}$
- (2) $b^{-\sqrt{5}} > (\frac{1}{3})^{-\sqrt{5}}$
- (3) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{5} > \log_b \sqrt{5}$
- (4) $\log_2 \sqrt{5} > \log_a \sqrt{5}$
- (5) $(\frac{1}{3})^{\sqrt{5}} > \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{5}$

6. 已知正實數 a 、 b 恆滿足 $b = a^2$ ， $P(\log a, \log b)$ 為坐標平面上的點。試選出下列正確的選項。

- (1) P 點有可能是 $(0, 0)$
- (2) P 點有可能是 $(\sqrt{10}, 2\sqrt{10})$
- (3) P 點有可能在第四象限
- (4) 所有可能的 P 點形成一直線
- (5) P 點的 x 坐標、 y 坐標有可能同時為正整數

三、填充題(每題 6 分，共 36 分)

7. 試計算 $\log_2(1 + \sqrt{3}) - \log_2 \sqrt{8 + \sqrt{48}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 若 $\log_{(x-1)}(4-x)$ 有意義，則實數 x 的範圍為_____。
9. 若 $a = \log 63$ 、 $b = \log 21$ ，則 $\log 7 =$ _____。(利用 a 、 b 表示)
10. 若 e 為尤拉常數，且 $a = \frac{2^e + 2^{3e}}{2}$ 、 $b = 2^{2e}$ ，則 a _____ b 。(填入 $>$ 、 $<$ 或 $=$)
若 $c = \frac{\log_2 10 + \log_2 20}{2}$ 、 $d = \log_2 15$ ，則 c _____ d 。(填入 $>$ 、 $<$ 或 $=$)
11. 若將 $y = \log_2 x$ 的函數圖形，經過向_____(上、下、左、右選擇填一個)平移_____單位，會得到 $y = \log_2(4x)$ 的函數圖形。
12. 小綠在 17 歲生日當天將 100 萬存入銀行，銀行提供兩種利率方案：
- 方案 A：一次存入本金，利息按年單利計算，年利率 2.5%。
- 方案 B：一次存入本金，利息**每半年**複利計算一次，**半年利率** 1.2%。
- 若小綠預計在 27 歲生日隔天將這筆儲蓄提領出來，則
- (1)採用方案 A 領出的金額為_____元。(四捨五入取到整數位數)
- (2)採用方案 B 領出的金額為_____元。(四捨五入取到整數位數)

四、混合題或計算題 (共 16 分)

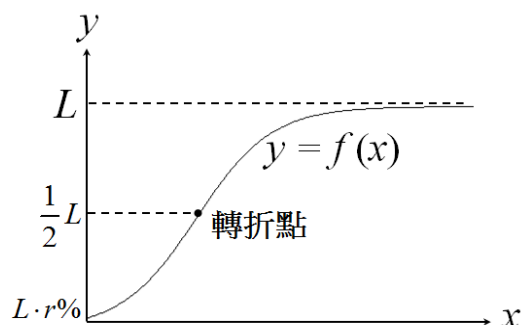
說明：本部分共有 1 題組，各題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

在生物界中，若某個生物種群在一個有限的環境裡繁衍，種群數量初期近似指數增長，但隨著種群在該環境裡的密度增高，對有限資源的種內競爭也會增加，導致種群增長率不斷下降，種群數量漸漸達到該環境所能容納的最大值，稱為「種群承載力」，而這種增長動態稱為「邏輯斯諦增長(Logistic Growth)」，其增長曲線如圖所示。當種群數量達到「種群承載力」的一半時，增長率達到最高峰，之後增長率就會不斷下滑，科學家把曲線上的這個點稱為「轉折點」。

已知 A 菌在生態實驗池裡的邏輯斯諦函數為

$$y = f(x) = L \cdot \frac{1}{1 + e^{3 - 0.2x}}$$



其中，常數 L 為種群承載力(單位：億隻)， e 為尤拉常數， y 為放入 A 菌 x 小時後該菌的種群數量。試回答下列問題：

13. 圖中「轉折點」的 x 坐標應為_____。(填充題，5 分)
14. 若最初放入的 A 菌數量為 $L \cdot r\%$ (單位：億隻)，試利用計算機計算出 r 的整數部分數值。(填充題，5 分)
15. 試利用計算機找出哪個整數 x 會使 A 菌數量最接近種群承載力的 9 成。
(計算題，需寫出完整過程依照內容斟酌給扣分，6 分)

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期第二次期中考高二數 B 答案卷

二年__班 __號 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分。)

1.	2.	3.

二、多重選擇題(每題 10 分，每個選項 2 分，共 30 分，未作答不予計分。)

4.	5.	6.

三、填充題(每題 6 分，共 36 分)

7.	8.	9.
10.	11.	12.
$a_b ; c_d$	向_____(上、下、左、右填一個) 平移_____單位	(1)_____元 (2)_____元

四、混合題或計算題 (共 16 分)

13.	14.
15.	

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一學期第二次期中考高二數 B 解答

一、多重選擇題(每題 6 分，共 18 分。)

1.	2.	3.
(4)	(3)	(4)

二、多重選擇題(每題 10 分，每個選項 2 分，共 30 分，未作答不予計分。)

4.	5.	6.
(1) (2) (3) (5)	(1) (3) (5)	(1) (2) (4) (5)

三、填充題(每題 6 分，共 36 分)

7.	8.	9.
$\frac{-1}{2}$	$1 < x < 4$ 且 $x \neq 2$	$2b - a$
10.	11.	12.
$a \geq b ; c \leq d$	向 <u>上</u> (上、下、左、右填一個) 平移 <u>2</u> 單位	(1) <u>1250000</u> 元 (2) <u>1269434</u> 元

四、混合題或計算題 (共 16 分)

13.	14.
15	4
15.	
$x \approx 26$	