

新竹市新竹高中 112 上高三第二次期中考 3 甲 (文)

第壹部分：選擇（填）題（占 83 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

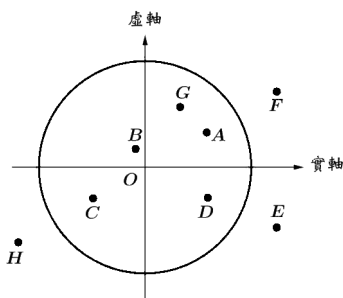
1. 設 a, b 為實數，考慮多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ ，下列哪些選項是正確的？

- (1) 函數 $y = f(x)$ 的圖形與 $y = x + 1$ 的圖形不一定有交點
- (2) 方程式 $f(x) = -1000$ 一定有實根
- (3) 若 $f(2 - i) = 3 + i$ ，則 $f(2 + i) = 3 - i$
- (4) $f(1) + f(-1)$ 的值是偶數
- (5) 若 $a + 1 < b$ ，則 $f(x) = 0$ 有一根介於 -1 與 0 之間

2. 設二次方程式 $x^2 + 7x + 9 = 0$ 的兩根為 α, β ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $\alpha^2 + \beta^2 = 21$
- (2) $\alpha^3 + \beta^3 = -154$
- (3) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = -1$
- (4) $\frac{\beta}{\alpha^2 + 8\alpha + 9} + \frac{\alpha}{\beta^2 + 8\beta + 9} = \frac{31}{9}$
- (5) $\alpha - \beta = \sqrt{11}$

3. 如圖，複數 z 在複數平面上所對應的點 A 在單位圓 O 的內部，則下列哪些選項是正確的？



- (1) 複數 $\bar{z}$ 在複數平面上所對應的點，有可能是點 D
- (2) 複數 z^2 在複數平面上所對應的點，有可能是點 G
- (3) 複數 z^3 在複數平面上所對應的點，有可能是點 B
- (4) 複數 $\frac{1}{z}$ 在複數平面上所對應的點，有可能是點 H
- (5) 複數 $2z$ 在複數平面上所對應的點，有可能是點 F

1

4. 設複數 $z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $z^{15} = 1$
- (2) $z^4 = \bar{z}$
- (3) $z^5 + 1 = 0$
- (4) $z = \frac{1}{z}$
- (5) $1 + z + z^2 + \cdots + z^{99} = 0$

二、填充題（占 60 分）

說明：第 5 題至第 14 題。										
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	32	40	44	48	52	56	60

5. 若 $\frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{9}{\sqrt{-9}} + \frac{\sqrt{-125}}{\sqrt{5}} = a + bi$ ，其中 a, b 為實數，

則數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

6. 已知 a, b 為實數，且 $\frac{9+i}{a+bi} = 4+5i$ ，求 $a-bi = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

7. 若實係數方程式 $2x^3 - 7x^2 + mx + n = 0$ 有一根為 $2i^{12} + i^7$ ，
則數對 $(m, n) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

8. 已知 a, b, c, d 為實數，且二次方程 $x^2 - (a-i)x + 2-2i = 0$ 有一實根 b ，一虛根 $c+di$ ，試求 $(a, b, c, d) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

9. 若實係數多項式 $f(x) = x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx - 5$ ，若 $f(x) = 0$ 有一根為 $1+2i$ ，則不等式 $f(x) < 0$ 之解為何？ $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

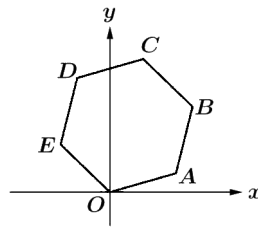
10. 設複數平面上 O 為原點，以及 $A(\alpha), B(\beta)$ ， $\alpha = 2\left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}\right)$ ，
 $\beta = 5\left(\cos \frac{11\pi}{15} + i \sin \frac{11\pi}{15}\right)$ ，求 $\overline{AB}$ 的長度為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

11. 若複數 $\frac{4(\cos 37^\circ - i \sin 37^\circ)(\sin 53^\circ + i \cos 53^\circ)}{\sqrt{3} - i} = a + bi$ ，其中 a, b 為實數，則數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

12. 試求 $\left| \frac{(1+i)^{10}(-3+4i)^2}{(\sqrt{3}-i)^5} \right| = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

13. 複數平面上， $-4+4\sqrt{3}i$ 的 6 次方根所對應的點，以此 6 點為頂點所形成的六邊形面積為何？
 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

14. 如圖，已知正六邊形 $OABCDE$ ， O 為平面之原點，且點 C 之坐標為 $(4, 16)$ ，試求點 D 的坐標為【 】。



第貳部分：混合題（占 16 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

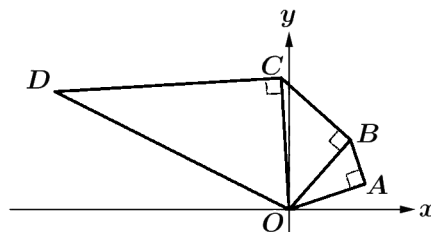
15 — 17 題組

已知 $\begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}$ 為伸縮矩陣， $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ 為旋轉 θ 度的旋轉矩陣，設坐標平面上點 $A(a, b)$ ， $B(x, y)$ 以及 $C(u, v)$ ，以及 $u + vi = (a + bi) \times (\cos \theta + i \sin \theta)$ ，則

15. 試證明： $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ，則 $x = ur$ 且 $y = vr$ （即點 B 是 C 以原點為中心縮放 r 倍的結果）。（非選擇題，3 分）

16. 坐標平面上 O 為原點，已知 $A(4, 3)$ ，點 B 在第一象限，且 $\overline{AB} = 5$ ， $\angle AOB = 45^\circ$ ，則 B 點坐標為何？（非選擇題，5 分）

17. 如圖，在坐標平面上， $A(3, 1)$ ， $O(0, 0)$ ，已知 $\angle OAB = \angle OBC = \angle OCD = 90^\circ$ ， $\angle AOB = 30^\circ$ ， $\angle BOC = 45^\circ$ ， $\angle COD = 60^\circ$ ，試求 D 點坐標為何？（非選擇題，8 分）



參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 235 2. 24 3. 135 4. 1245

5. $(2, 2)$

6. $1 + i$

7. $(6, 5)$

8. $(3, 2, 1, -1)$

9. $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

10. $\sqrt{19}$

11. $(\sqrt{3}, 1)$

12. 25

13. $3\sqrt{3}$

14. $(3 - 4\sqrt{3}, 12 + \sqrt{3})$

第貳部分：混合題

15. 略

16. $(1, 7)$

17. $\left(-\frac{16\sqrt{3}}{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3}\right)$