

高雄市高雄女中 112 上高二第一次期中考

一、是非題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 10 題，每題 1 分。

1. 兩個扇形的弧長比為 $1:3$ ，且其半徑比亦為 $1:3$ ，則此兩扇形的圓心角相等
2. $\frac{\pi}{3}$ 與 $\frac{\pi}{3} + 360$ 為同界角
3. $\tan \pi > \tan \pi^\circ$
4. 點 $P(\sin 3.14, \cos 3.14)$ 在第四象限
5. 銳角 $\triangle ABC$ 中，若 $\tan A$ 、 $\tan B$ 均為有理數，則 $\tan C$ 亦為有理數
6. 函數 $y = \tan(x + \pi)$ 在區間 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 內遞增
7. 函數 $y = \tan |x|$ 與 $y = |\tan x|$ 在區間 $(-\pi, \pi)$ 內有相同的函數圖形
8. 函數 $y = |2 \tan x - 1|$ 為一週期函數，且其週期為 π
9. 將 $y = \sin x$ 圖形以 y 軸為中心水平伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍，再左移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，可得 $y = \sin(2x + \pi)$ 的圖形
10. $y = \tan x$ 圖形下移 2 單位，再以 x 軸為中心垂直伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍，可得 $y = \frac{1}{2} \tan x - 1$ 的圖形

二、多選題（占 20 分）

說明：第 11 題至第 14 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

11. 以下各函數，有哪些是週期函數，且其週期小於 π ？

(1) $y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$

(2) $y = |\sin x| + |\cos x|$

(3) $y = \sin 2x + \cos 4x$

(4) $y = 2 \sin x - 2\sqrt{3} \cos x$

(5) $y = \sin x + \sin |x|$

12. 以下各數字，哪些值大於 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ？

(1) $\sqrt{\frac{1 + \cos 320^\circ}{2}}$

(2) $2 \cos^2 20^\circ - 1$

(3) $\sin 3 \cos 1 - \cos 3 \sin(\pi - 1)$

(4) $\frac{2 \tan 13^\circ}{1 - \tan^2 13^\circ}$

(5) $\tan 67^\circ - \tan 37^\circ - \frac{1}{\sqrt{3}} \tan 67^\circ \tan 37^\circ$

13. 如圖為函數 $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ 的部分圖形，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 < c < 2\pi$ 。已知 $A\left(\frac{5}{6}, 3\right)$ 、 $B\left(\frac{11}{6}, -1\right)$ 分別為其最高與最低點， C 、 D 為圖形與 x 軸之交點，則以下哪些選項正確？

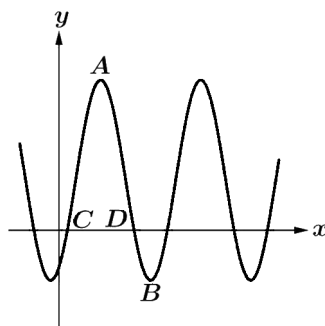
(1) $a = 1$ ， $d = 2$

(2) $b + c > 2\pi$

(3) C 、 D 兩點的 x 坐標之和為 $\frac{5}{3}$

(4) $f(x)$ 的圖形對稱於點 $\left(\frac{4}{3}, 1\right)$

(5) $g(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 之圖形經適當的平移之後，可與 $y = f(x)$ 的圖形重疊



14. 以下各敘述，正確的有哪些？

(1) $y = \sin 2x$ 的圖形對稱於 y 軸

(2) $y = \cos 2x + 1$ 的圖形對稱於 y 軸

(3) $y = \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right)$ 的圖形對稱於 y 軸

(4) $y = \cos 2x - 1$ 的圖形對稱於原點

(5) $y = \tan \frac{x}{2}$ 的圖形對稱於原點

三、填充題（占 70 分）

說明：第 15 題至第 28 題，每題 5 分。

15. 一巨型時鐘，從上午 8：30 到同日的上午 9：40，其分針的針尖繞行了 7π 公尺，則此時鐘之分針長度為【 】公尺。

16. $\cos 1, \cos 2, \cos 3, \cos 4, \cos 5$ 這五個數值的中位數是【 】。

17. $\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \times \cos\frac{13\pi}{6} \times \tan\left(-\frac{7\pi}{4}\right) =$ 【 】。

18. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}, \sin \alpha = \frac{2}{3}, \cos \beta = \frac{2}{3}$ ，求 $\alpha - \beta =$ 【 】 徑。

19. 一直線通過原點 $(0, 0)$ 與點 $(2, -1)$ 。將此直線以原點為中心，逆時針旋轉 $\frac{\pi}{4}$ 徑之後的直線，其斜率為【 】。

20. $f(x) = -4\sin x + 3\cos x + 3$ 之最大值為【 】。

21. 設 $a > 0$ ，若將函數 $y = \tan(ax + 2)$ 的圖形向右平移 2 單位後，會發現與原來的圖形重合，則 a 的最小值為【 】。

22. $0 \leq x \leq 2\pi$ ，求 $\frac{-1}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 之解為【 】。

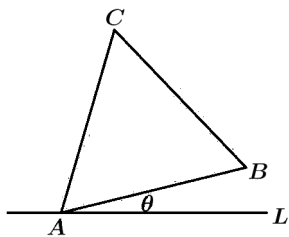
23. 已知 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，則 $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta =$ 【 】。

24. 求在 $0 \leq x \leq 6$ 的範圍內， $3\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ 的所有實數解之和為【 】。

25. 一個半徑為 10 單位的扇形 OAB ，圓心角 α 為銳角，且滿足 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，若 P 為圓弧上的一點，則四邊形 $AOBP$ 面積的最大值為【 】平方單位。

26. 已知 $f(x) = \cos^2 x + 6\sin x \cos x - \sin^2 x$ ，且 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 。若 $x = \theta$ 時，可得 $f(x)$ 之最大值，則 $\sin 2\theta =$ 【 】。

27. 如圖中， ABC 為一邊長 50 公分的正三角形，其中 C 點與直線 L 的距離為 48 公分，且 $\theta < \frac{\pi}{6}$ 。求 B 點與直線 L 的距離為【 】公分。



28. 點 C 在以 $\overline{AB}$ 為直徑的半圓上， E 、 F 分別在邊上，且 $\overline{BE} = 10$ ， $\overline{AF} = 13$ ， $\overline{AE} = \overline{EC} = 6$ ， $\overline{BF} = 3$ ，若 $\overline{BE}$ 、 $\overline{AF}$ 的銳夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ 【 】。

參考答案

1. ○ 2. × 3. × 4. ○ 5. ○

6. ○ 7. × 8. × 9. ○ 10. ○

11. 12 12. 13 13. 234 14. 235

15. 3

16. $\cos 2$

17. $\frac{3}{4}$

18. $\frac{\pi}{2}$

19. $\frac{1}{3}$

20. 8

21. $\frac{\pi}{2}$

$$22. \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3} \text{ 或 } \frac{4\pi}{3} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}$$

$$23. \frac{13}{25}$$

$$24. \frac{4\pi}{3}$$

$$25. 20\sqrt{5}$$

$$26. \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$27. 24 - 7\sqrt{3}$$

$$28. \frac{56}{65}$$