

112 學年度第一學期第一次定期考高二數 B 試題

命題範圍：第一章週期性數學模型、2-1 對數

一、單選題（每題 5 分，共 10 分）

1. 已知某個扇形的周長等於它所在圓的周長的 $\frac{1}{3}$ ，那麼此扇形的圓心角為

- (1) $\frac{2\pi}{3} + 1$ (2) $\frac{2\pi}{3} - 2$ (3) $\pi - 1$ (4) $\frac{\pi}{3} - 2$ (5) $\frac{2\pi}{3}$

2. 計算 $(\log_2 3 + \log_8 27)(\log_3 4 + \log_9 4) =$

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 6 (5) 9

二、多重選擇題（每題 8 分，共 32 分）

說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 請選出正確的選項。

- (1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cos \theta$ (2) $\sin \frac{3}{5}\pi > \cos \frac{2}{5}\pi$ (3) $\sin \pi > \sin \pi^\circ$
(4) $\cos \pi > \cos \pi^\circ$ (5) $\cos \pi > \sin \pi^\circ$

4. 關於函數 $f(x) = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$ 的敘述，請選出正確的選項。

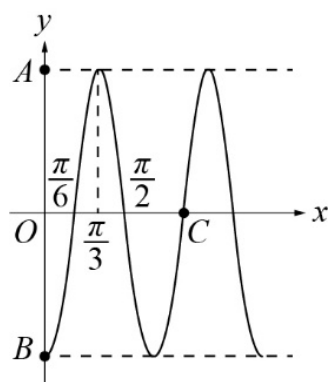
- (1) 週期為 4π (2) 振幅為 3 (3) $f(x)$ 的值域為 $[-4, 2]$
(4) 將 $y = 3 \sin 2x - 1$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 可得 $f(x) = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$
(5) 此函數的圖形對稱於直線 $x = \frac{3}{8}\pi$

5. 如附圖為函數 $y = 3 \sin(ax - b)$ 的部分圖形，其中 $a > 0$ ， $-\frac{\pi}{2} \leq b \leq \frac{2\pi}{2}$ ，請選出正確的選項。

(1) $a = 3$ (2) $b = \frac{\pi}{6}$ (3) $C(\frac{5\pi}{6}, 0)$

(4) y 的週期為 $\frac{2\pi}{3}$

(5) 其圖形可由 $y = 3 \sin 3x$ 往右平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位而得



6. 已知 a, b, c 為大於 1 的實數，且 $\log_c a = 3$ ， $\log_a b = 5$ ，請選出正確的選項。

(1) $a = 3^c$ (2) $\log_a c = \frac{1}{3}$ (3) $\log_c \sqrt{ab} = 9$ (4) $\frac{b}{a} = c^{12}$ (5) $\log_c b = 15$

三、填充題 I（每題 6 分，共 42 分）

7. 已知 $0 \leq x \leq 8\pi$ ，若 $\sin x = \frac{2}{5}$ ，則方程式所有解的總和為_____。

8. 將 $y = \sin x$ 的圖形先水平伸縮為 $\frac{1}{3}$ 倍，鉛直伸縮為 2 倍，再向左平移 6 單位，向上平移 2 單位，所得函數為 $y = a \sin(bx + c) + d$ ，其中 c, d 都是整數， $a > 0, b > 0$ ，求序組 $(a, b, c, d) =$ _____。

9. 方程式 $\frac{x}{\pi} = 10 \sin x$ 中， x 的解共有_____個。

10. 已知 $3^a = 8$ ， $4^b = c$ ，若 $ab = 6$ ，則 $c =$ _____。

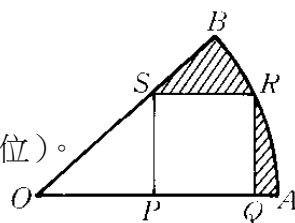
11. a, b, c 為相異正實數，則 $a^{\log \frac{b}{c}} \cdot b^{\log \frac{c}{a}} \cdot c^{\log \frac{a}{b}} =$ _____。

12. 病毒傳播速度隨著病毒的不斷演進，感染人數也在不斷刷新世界紀錄，不僅難以控制與預測，治癒效果也越來越差，甚至無藥可醫。面對難纏的病毒，唯有做好防疫，才能與看不見的敵人對抗。

假設病毒一開始有 1 萬隻，每經過 1 天，病毒數變為 3 倍，經過一個月（30 日），病毒數為 k 萬隻。試問： k 為_____位數； k 的最高位數字為_____。

13. 如附圖，正方形 $PQRS$ 內接於扇形 OAB ，若 $\overline{OA} = 2$ ，

$\angle AOB = \frac{\pi}{4}$ ，則斜線部分的面積為_____（平方單位）。



四、填充題 II（每題 8 分，共 8 分）

14. 假設某種商品的廣告效應的模型可以用下述對數關係來表示：

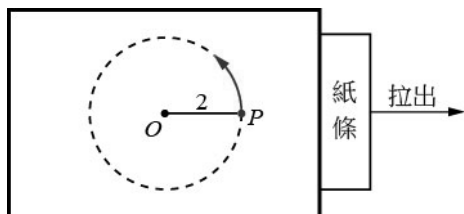
$N(x) = a + b \log_2(x+1)$ 其中 $N(x)$ 表銷售數量（單位：個）， x 為廣告費用（單位：萬元）， a, b 為常數。已知不花錢做廣告時，銷售量為 800 個；若廣告費用花 3 萬元，銷售量為 2000 個。

(1) 試求數對 $(a, b) =$ _____。（4 分）

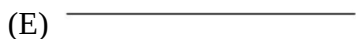
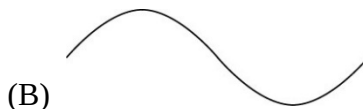
(2) 若希望銷售量達到 3200 個，試問至少需花費_____萬元廣告費。（4 分）

五、混合題（每題 8 分，共 8 分）

15. 某人自行製作了函數圖形繪製機，操作方式是機器中放入紙條，接著將紙條由右端等速度拉出，則機器內部有一半徑為 2 的圓 O ，圓周上 P 點有一支墨水油筆會逆時針等速度在圓周上移動，如附圖。試回答以下問題：



(1) 下列哪一個可能是紙條拉出的部分圖形？_____（單選題，2 分）



(2) 在拉動過程中，他觀察到當 P 點又回到起點的位置，則紙條共拉出的長度為多少？（非選題，3 分）

(3) 若他將紙條上的圖形放在坐標平面上，下列哪些可能是其代表的函數？（多選題，3 分）

(A) $y = 2 \sin \frac{x}{2}$ (B) $y = 4 \sin \frac{x}{2}$ (C) $y = 2 \sin \left(\frac{x}{2} + 1 \right)$

(D) $y = 2 \cos \frac{x}{2}$ (E) $y = -2 \sin \frac{x}{2}$