

111 學年度第二學期第二次定期考高三數乙試題

命題範圍：選修數學乙(下)第三章複數與多項式方程式

一、單選題（每題 6 分，4 題共 24 分）

1. 設 $f(x)$ 為四次實係數多項式，且 $f(x)$ 的一些取值如表所示：有關方程式 $f(x)=0$ 的 4 個根所在的數系，選出正確的選項：

x	0	1	2	3
$f(x)$	2	-1	1	-3

- (1) 4 實根 (2) 3 實根 1 虛根 (3) 2 實根 2 虛根
(4) 1 實根 3 虛根 (5) 4 虛根
2. 若三次方程式 $f(x)=x^3+bx^2+cx+d=0$ 的三個根為 $-2, 3, 2i$ ，則方程式 $f(x^2)=0$ 的實根個數為何？ (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4
3. 設二次方程式 $(1+i)x^2+(a+2i)x+(2+ai)=0$ 有實根，則實數 a 之值為何？ (1) 1 (2) 2 (3) -3 (4) -2 (5) -1
4. 設 z 為複數，若 $\frac{iz-1}{z-i}$ 為實數，則 $z \times \bar{z} = ?$ ($\bar{z}$ 表複數 z 的共軛複數)
(1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) 2 (5) -2

二、多選題（每題 8 分，4 題共 32 分）

（說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。）

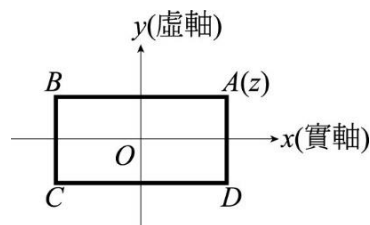
5. 設 α, β 為方程式 $x^2+4x+1=0$ 的兩根，選出正確的選項 (1) $\alpha+\beta=4$
(2) $\alpha\beta=1$ (3) α, β 皆為實數 (4) $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=6$ (5) $(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2=-2$

6. 如圖，矩形 $ABCD$ 的四邊平行坐標軸，中心在原點 O 。已知 A 點所對應的複數為 z ，選出正確的選項

(1) C 點所對應的複數為 $-z$

(2) D 點所對應的複數為 z 的共軛複數 $\bar{z}$

(3) $\overline{AC} = \sqrt{2}|z|$ (4) $\overline{AB} = |z + \bar{z}|$ (5) $\overline{AD} = |z - \bar{z}|$



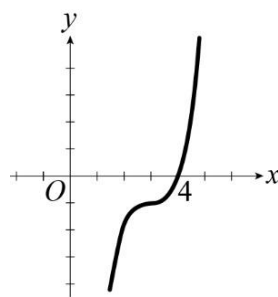
7. 已知實係數三次多項式 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形與 x 軸交於一點 $(4, 0)$ ，如圖所示，選出正確的選項

(1) $f(4 + \sqrt{2})f(4 - \sqrt{2}) < 0$

(2) 方程式 $f(x) = 0$ 有三個實根 (3) 4 是 d 的因數

(4) 若 $f(x)$ 可因式分解為 $(x - 4)(x^2 + ex + f)$ ，則 $e^2 - 4f > 0$

(5) 若方程式 $f(x) = 0$ 有一根為 $2 + 3i$ ，則必有另一根為 $2 - 3i$



8. 設 $f(x) = 0$ 為首項係數是 1 的實係數四次方程式，選出正確的選項

(1) 方程式 $f(x) = 0$ 一定有虛根

(2) 若 $f(1+i) = f(2-i) = 0$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 無實根

(3) 方程式 $xf(x) = 5$ 一定有實根 (4) 方程式 $f(x) - x^4 = 0$ 一定有實根

(5) 若 $f(1+i) = 0$ ， $f(2) < 0$ 且 $f(3) > 0$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 有兩個實根

三、填充題（每題 7 分，4 題共 28 分）

9. 若 a 為實數，且 $\frac{1+2i}{3+i} + \frac{a+i}{3-i}$ 也為實數，則 a 的值為_____。

10. 設 z 為複數，且 $(3 - 5i)z + (4 + 3i)\bar{z} = 1 + i$ ，求 z 之值 = _____。
($\bar{z}$ 表複數 z 的共軛複數)

11. 若複數 z 滿足 $\frac{z-1}{z+2} = -i$ ，求 $|z| =$ _____。

12. 若實係數多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 滿足 $f(\sqrt{2}) < 0$, $f(\sqrt{6}) > 0$,
 $f(\pi) < 0$, $f(\log_2 20) > 0$, 又方程式 $f(x) = 0$ 的三根均為整數, 求數對
 $(a, b, c) =$ _____。

四、非選題（每題 8 分，1 題共 8 分）

13. 若 $a+3i$ 與 $2+bi$ （其中 a, b 為實數，且 $b \neq 0$ ）為實係數三次方程式
 $x^3 + cx^2 + dx + 13 = 0$ 的兩個根，則
- (1) 數對 $(a, b) =$ _____。（2 分）
- (2) 數對 $(c, d) =$ _____。（3 分）
- (3) 方程式的實根為_____。（3 分）

五、計算題（每題 8 分，1 題共 8 分）

14. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 是實係數多項方程式，有一虛根 $1 - \sqrt{2}i$ ，而且與 $g(x) = x^2 + ax + 4 = 0$ 有一公共根 t ，求 t 之值。