

111 學年度第一學期第三次定期考高二數 B 試題

命題範圍：以 3-1 平面向量的表示法、3-2 平面向量的內積、3-3 平面上的比例為主

試卷內容可能包含一些數 A 或其他補充，未必完全是數 B 的範圍，請斟酌參考。

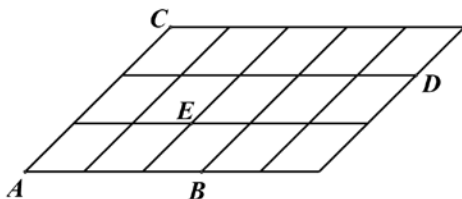
一、填充題（每(小)題 4 分，共 40 分）

1. 平面上相異四點 A, B, C, P ，已知 $A(-2,2), B(1,-3), C(-3,5)$ ，若

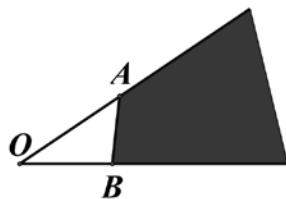
$$\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}，試求 P 點的坐標。$$

2. 已知平面上兩點 $A(1,1), B(5,4)$ ，若 P 點在直線 AB 上且 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:2$ ，試求 P 點的坐標。

3. 如右圖，在 15 個相同平行四邊形拼成的圖形中，若 $\overrightarrow{DE} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，試求 r, s 的值。



4. 如右圖所示，兩射線 OA 與 OB 交於 O 點，試問下列選項中哪些向量的終點會落在陰影區域內？



- (1) $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$ (2) $\frac{3}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ (3) $\frac{3}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$
(4) $\frac{3}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{5}\overrightarrow{OB}$ (5) $\frac{3}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{5}\overrightarrow{OB}$

5. 設 $\vec{a} = (1,0)$ ， $\vec{b} = (\sqrt{3},1)$ ，試求：(1) $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的內積，(2) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角。

6. 設 $\vec{a} = (1,3)$ ， $\vec{b} = (4,2)$ ，試求：

(1) $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影，(2) $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的正射影。

7. 根據國際標準化組織 (ISO) 的規定，A 系列紙張的「寬長比」都是 $1:\sqrt{2}$ ，

而且將 A0 紙張的長邊對半裁切可以得到 2 張 A1 紙張，將 A1 紙張的長邊對半裁切可以得到 2 張 A2 紙張，以此類推。已知 A0 紙張面積為 1 平方公尺，試根據 ISO 的規定，回答下列問題：

(1) A4 紙張的面積為多少平方公分？

(2) A4 紙張的長為多少公分？(以 $a \times 2^b$ 的型式呈現，其中 a, b 為有理數)

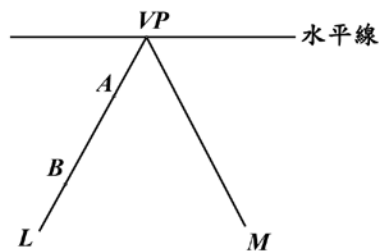
二、計算題（每(小)題 6 分，共 60 分）

8. 設 $\vec{a} = (3, 2)$ ， $\vec{b} = (4, 1)$ ，若 $(\vec{a} + t\vec{b}) \perp \vec{b}$ ，試求實數 t 值。

9. 設 x, y 均為實數，若 $3x + 4y = 15$ ，則 $x^2 + y^2$ 的最小值為多少？

10. 已知 $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ ，且 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $|\vec{c}| = 6$ ，試求 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角。

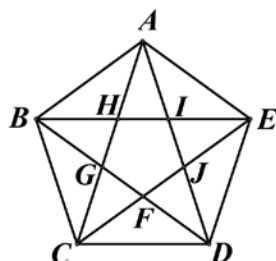
11. 如圖，在單點透視圖中給定兩平行線 L, M ，其中 A, B 是直線 L 上的兩點，試作線段 $\overline{AB}$ 之中點（簡單地寫出作法並作圖）。



12. 坐標平面上有一個半徑為 7 的圓，其圓心為 O 點。已知圓上有 A, B 兩點，且 $\overline{AB} = 8$ ，則內積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = ?$

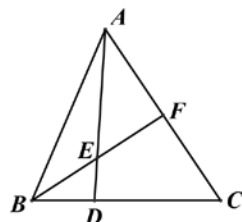
13. $\triangle ABC$ 內接於圓心為 O 之單位圓。若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \sqrt{3}\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，則 $\angle BAC$ 之度數為何？

14. 如圖， $ABCDE$ 和 $FGHIJ$ 皆為正五邊形，已知正五邊形 $FGHIJ$ 的邊長為 1，試問正五邊形 $ABCDE$ 的邊長為多少？
 $(\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}, \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4})$



15. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AF}:\overline{FC} = \overline{BE}:\overline{EF} = 1:1$ ，

$$\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \text{ 試求數對 } (x, y)。$$



16. 設兩直線 $L_1: 2x + y - 3 = 0$ 與 $L_2: 4x + ay - 6 = 0$ ，若 L_1 與 L_2 的夾角為 45° 或 135° ，試求實數 a 的值。

17. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，分別在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上取 D 、 E 、 F 三點，使得 $\overline{DC} = 2\overline{BD}$ ， $\overline{EB} = 2\overline{AE}$ ， $\overline{FC} = 2\overline{AF}$ ，設 G 為 $\triangle DEF$ 的重心，

$$\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \text{ 試求數對 } (x, y)。$$

