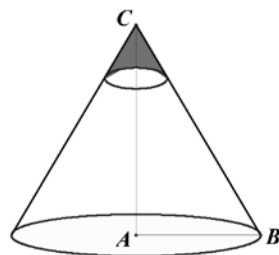


## 111 學年度第二學期第一次定期考高二數 B 試題

命題範圍：以 1-1 空間概念、1-2 空間坐標系、第 2 章圓錐曲線的認識與應用  
試卷內容可能包含一些數 A 或其他補充，未必完全是數 B 的範圍，請斟酌參考。

### 一、選擇題（每題 5 分，共 15 分）

1. 假設地球是一個半徑為  $r$  的球體，有一質點自甲地沿著該地所在經線往北移動，抵達北極點時移動所經過的弧線之長度為  $\frac{7}{12}\pi r$ 。試問哪一個選項最可能是甲地的位置？【單選題】  
(1)東經  $75^\circ$ 、北緯  $15^\circ$  (2)東經  $30^\circ$ 、南緯  $75^\circ$   
(3)東經  $75^\circ$ 、南緯  $15^\circ$  (4)西經  $30^\circ$ 、北緯  $75^\circ$   
(5)西經  $15^\circ$ 、南緯  $30^\circ$
2. 在空間中，選出所有正確的選項。【多選題】  
(1)同時與某一直線平行的兩條相異直線必定互相平行。  
(2)同時與某一直線垂直的兩條相異直線必定互相平行。  
(3)過某直線外一點，恰有一直線平行此直線。  
(4)若三直線兩兩互相平行，則此三直線必定在同一平面上。  
(5)兩相異平面必存在公垂面。
3. 如圖，一盞舞台的聚光燈離地  $\sqrt{3}$  公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，直圓錐的軸與地板垂直，照在地板上的區域會形成半徑 1 公尺的圓，也就是說  $\overline{AB} = 1$  公尺， $\overline{AC} = \sqrt{3}$  公尺。在  $C$  點不動的前提下，將直圓錐的軸（圖中的  $\overline{AC}$ ）在平面  $ABC$  上逆時針旋轉  $\theta$ ，使得聚光燈在地板上照亮的區域形成一橢圓，試選出所有可能的  $\theta$  值。【多選題】  
(1) $10^\circ$  (2) $30^\circ$  (3) $50^\circ$  (4) $70^\circ$  (5) $90^\circ$

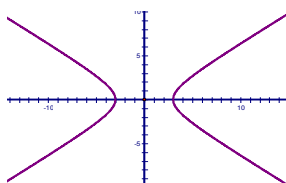
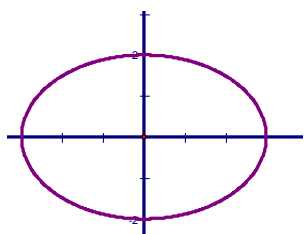
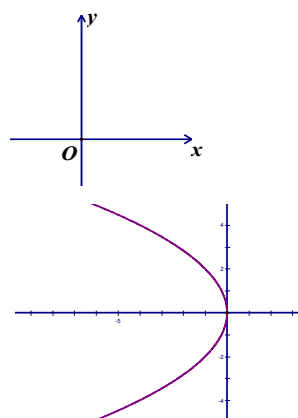


### 二、填充題與配合題（配分如各題後所示，共 16 分）

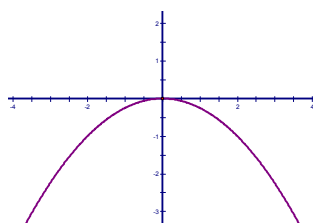
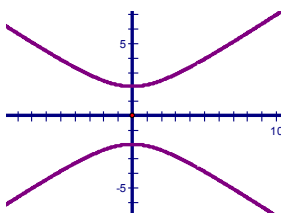
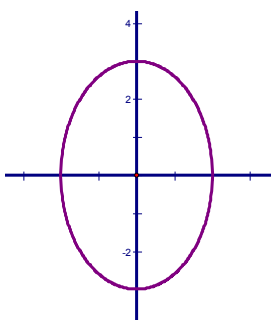
4. 空間中有一點  $P(a, b, c)$ ，試寫出下列各小題的答案(用  $a, b, c$  表示)。【10 分】  
(1) $P$  點到原點的距離 (2) $P$  點到  $x$  軸的距離 (3) $P$  點到  $xy$  平面的距離  
(4) $P$  點對  $x$  軸的對稱點坐標 (5) $P$  點對  $xy$  平面的對稱點坐標。

5. 連連看：試將下列六個方程式和六個圖形做一一對應。【6 分】

※下方的六個圖形皆是以右圖的坐標系格式呈現。



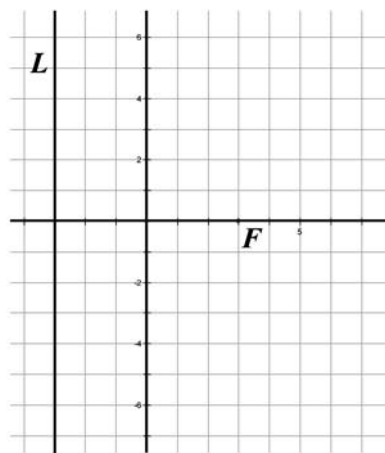
$$x^2 = -4y \quad y^2 = -4x \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \quad -\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$



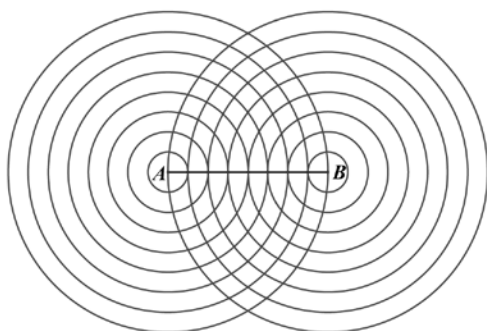
### 三、作圖題（每小題 5 分，共 15 分）

6. 畫出下列各小題的圖形。

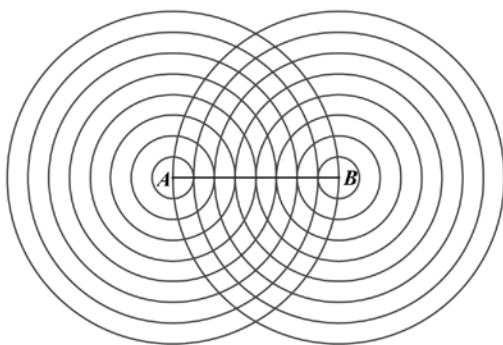
(1) 點  $F$  的坐標為  $(3,0)$ ，直線  $L$  的方程式為  $x+3=0$ ，已知  $P$  點滿足：線段  $\overline{PF}$  的長度等於  $P$  點到直線  $L$  的距離，試畫出所有  $P$  點形成的圖形。



- (2) 設線段  $\overline{AB}$  的長度為 8 公分，分別以  $A, B$  為圓心，半徑為 1, 2, …, 8 公分畫圓，可得 16 個圓，已知  $P$  點滿足：線段  $\overline{PA}$  的長度加線段  $\overline{PB}$  的長度等於 10 公分，試畫出所有  $P$  點形成的圖形。



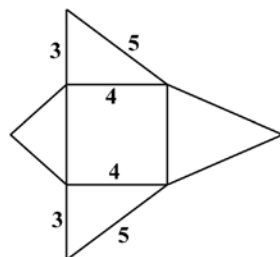
- (3) 設線段  $\overline{AB}$  的長度為 8 公分，分別以  $A, B$  為圓心，半徑為 1, 2, …, 8 公分畫圓，可得 16 個圓，已知  $P$  點滿足：線段  $\overline{PA}$  的長度和線段  $\overline{PB}$  的長度的差距等於 4 公分，試畫出所有  $P$  點形成的圖形。



#### 四、計算題（每題 6 分，共 9 題，共 54 分）

7.  $ABCDE$  為一個四角錐，其中底面  $ABCD$  是一個邊長為 6 的正方形，而四個側面均為邊長為 5, 5, 6 的等腰三角形，已知側面  $ADE$  與底面  $ABCD$  所形成二面角的大小為  $\theta$ ，試求  $\cos \theta$  的值。

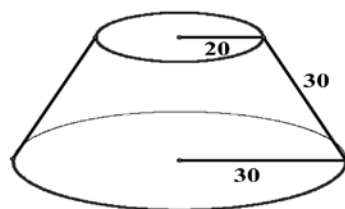
8. 有一底面為正方形的四角錐，其展開圖如右圖所示，其中兩個側面是邊長為 3, 4, 5 的三角形，則此角錐的體積為多少？※角錐體積為  $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$



9. 設  $A(1,2,3), B(4,5,6), C(9,8,7)$  為空間中的三個點，已知加入  $D$  點後， $ABCD$  這四個點會形成平行四邊形，試求  $D$  點的坐標？

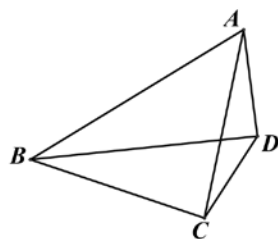
※此題有三個答案。 $ABCD$  這四個點會形成平行四邊形，不一定是指平行四邊形  $ABCD$ ，也可能是指平行四邊形  $ACBD$ ，只要這四個點是某個平行四邊形的四個頂點即可。

10. 右圖為運動會時閱兵站立的直圓錐台，其中上圓的半徑是 20、下圓的半徑是 30、側邊長是 30，試求其側面的表面積。



11. 將地球儀設定為一個空間坐標系，其中球心為原點  $O$ ，地球儀上兩個城市的坐標分別為  $A(3,4,5), B(-4,3,5)$ ，試求  $A, B$  兩點的球面距離。
12. 將一塊邊長  $\overline{AB} = 3$  公分、 $\overline{BC} = 4$  公分的長方形鐵片  $ABCD$  沿對角線  $BD$  對摺後豎立，使得平面  $ABD$  與平面  $CBD$  垂直，若不考慮鐵片的厚度，試問此時  $A, C$  兩點的距離為多少公分？

13. 右圖(只是示意圖)為四面體  $ABCD$ ，已知  $\overline{CD}$  垂直於平面  $ABD$ ， $\overline{AD}$  垂直於  $\overline{BD}$ ， $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{BD} = 4$ ， $\overline{CD} = 3$ 。試問點  $C$  到  $\overline{AB}$  的垂直距離為多少？



14. 在四面體  $ABCD$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 4\sqrt{6}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD} = 8$ ， $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ ，則點  $D$  到平面  $ABC$  的距離為多少？
15. 已知某拋物線的方程式為  $\Gamma: y^2 = 12x$ ，而某兩點的坐標為  $A(5,4), F(3,0)$ ，設點  $P$  為此拋物線上的動點，試問線段  $\overline{PA}$  長度和線段  $\overline{PF}$  長度總和的最小值？