

111 學年度第一學期第三次定期考高二數 A 試題

命題範圍：第一章 平面向量

一、單選題 (每題 5 分，合計 25 分)

1. 如圖為正六邊形 $ABCDEF$ ，若 $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AE}$ ，

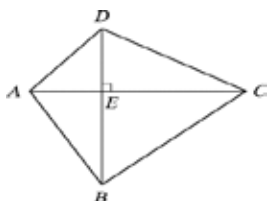
則 $x+y$ 為何？(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$ (5) $\frac{7}{5}$



2. 如圖四邊形 $ABCD$ ，兩對角線 $\overline{AC}$ ， $\overline{BD}$ 互相垂直於 E ，

且 $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{BE} = 3$ ， $\overline{CE} = 4$ ， $\overline{DE} = 1$ ，則 $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BC}$ 為何？

(1) 6 (2) 8 (3) 10 (4) 13 (5) 21



3. 設 O 為原點，以 $K(-3, -4)$ 為圓心的單位圓內接一個正 $\triangle ABC$ 。求

$|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|$ 之值為？(1) 3 (2) 5 (3) 8 (4) 12 (5) 15

4. 實數 x, y 滿足 $(x-2)^2 + y^2 = 20$ ， $\overrightarrow{a} = (x, 2)$ ， $\overrightarrow{b} = (1, y)$ ，當 $x = x_0$ ， $y = y_0$ 時，

$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ 有最大值 M ，則下列何者正確？

(1) $x_0 = 5$ (2) $y_0 = 4$ (3) $x_0 + y_0 < 7$ (4) $x_0 < y_0$ (5) $M = 10$

5. 設 $\overrightarrow{u}$ 、 $\overrightarrow{v}$ 為平面上兩不平行的非零向量，若 $\overrightarrow{u}$ 、 $\overrightarrow{v}$ 所張成之平行四邊形面積為 3，則 $-2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v}$ 與 $4\overrightarrow{u} - 5\overrightarrow{v}$ 所張成之平行四邊形面積為何？

(1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8

二、多選題(佔 50 分)

說明：每題至少有一個選項正確，所有選項均答對得 10 分；只錯 1 個選項得 6 分；只錯 2 個選項得 2 分；未作答或答錯多於 2 個選項以零分計算。

6. 設 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ 為平面上三個不平行的非零向量，則下列何者正確？

(1) 若 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}$ ，則 $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{c}$ (2) $|\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}| \leq |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}|$

(3) $|\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}| \leq |\overrightarrow{a}| + |\overrightarrow{b}| + |\overrightarrow{c}|$

- (4) $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影，等於 $\vec{a}$ 在 $-\vec{b}$ 上的正射影
- (5) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 所張成的平行四邊形面積，等於 $\vec{a}$ 與 $\vec{a} + \vec{b}$ 所張成的平行四邊形面積

7. 設坐標平面上四點 $A(1,0)$ 、 $B(2,2)$ 、 $C(3,k)$ 、 $D(7,3)$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) 若 $k=4$ ，則 A, B, C 三點共線 (2) 若 $k=-1$ ，則 $\vec{AB} \perp \vec{AC}$
- (3) 若 $k=\frac{2}{3}$ ，則 $\angle BAC=45^\circ$ (4) 若 $k=2$ ，則 $\vec{AC}$ 平分 $\angle BAD$
- (5) $\triangle ABD$ 之面積=9

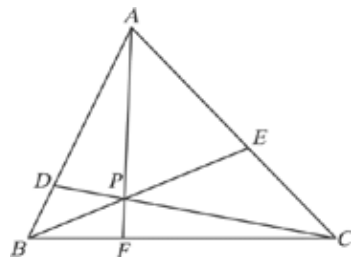
8. $\triangle ABC$ 內接於圓心為 O 的單位圓。若 $\vec{OA} + 2\vec{OB} + 2\vec{OC} = \vec{0}$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -\frac{1}{4}$ (2) $\angle AOB < 120^\circ$ (3) $BC = \frac{\sqrt{10}}{2}$
- (4) $\triangle OAB$ 之面積 = $\frac{\sqrt{15}}{8}$ (5) $\triangle ABC$ 之面積 = $\frac{5\sqrt{17}}{16}$

9. 設 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別在邊 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 上，且使 $\overline{AD}:\overline{DB}=3:1$ ， $\overline{AE}:\overline{CE}=3:2$ ，且 $\overline{AF}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{BE}$ 交於 P 點。

若 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AC} = k\vec{AF}$ ，則下列選項何者正確？

- (1) $x = \frac{1}{4}$ (2) $y = \frac{3}{11}$ (3) $k = \frac{13}{9}$
- (4) $\overline{BF}:\overline{CF} = x:y$ (5) $\triangle ABP$ 的面積： $\triangle ACP$ 的面積 = $\overline{BF}:\overline{CF}$



10. 設平面上直線 $L: \begin{cases} x=3+4t \\ y=2-3t \end{cases}$ ， $t \in R$ ，則下列哪些選項為正確？

- (1) 直線 L 的斜率為 $-\frac{3}{4}$ (2) 向量 $(4, -3)$ 為直線 L 的一個法向量
- (3) 若直線 L 與 y 軸的夾角為 θ ，則 $\sin \theta = \frac{4}{5}$
- (4) 原點 $O(0,0)$ 到直線 L 的最短距離為 $\frac{12}{5}$
- (5) 向量 $(10,5)$ 在直線 L 上的正射影為 $(4, -3)$

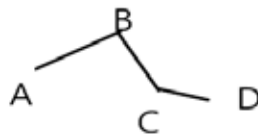
三、選填題

11. 如圖，一公路從 A 地到 B 地， B 地到 C 地， C 地到 D 地，

距離分別是 3 ， $2\sqrt{3}$ ， 2 公里，而 AB 與 BC ，

BC 與 CD 間，兩公路的夾角分別是 90° ， 150° ，

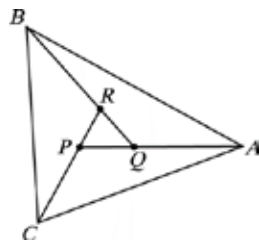
則 A 地到 D 地的直線距離為_____公里。



12. 如圖 P, Q, R 三點在 $\triangle ABC$ 的內部，且 $2\vec{AQ} = 3\vec{QP}$ ，

$\vec{BR} = 2\vec{RQ}$ ， $2\vec{CP} = 3\vec{PR}$ ，若 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，

則數對 $(x, y) =$ _____。



13. 設 O 為原點， P 為平面上的動點， $\vec{a} = (-1, 2)$ ， $\vec{b} = (1, 1)$ ， $\vec{c} = (4, 1)$ ， $\vec{d} = (1, 3)$ ，令點集合 $A = \{P \mid \vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}, \text{ 其中 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$ ，點集合 $B = \{P \mid \vec{OP} = x\vec{c} + y\vec{d}, \text{ 其中 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$ ，則 $A \cap B$ 的面積 =_____。

14. 設 I 是 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\vec{AI} = \frac{6}{17}\vec{AB} + \frac{4}{17}\vec{AC}$ ，且 $\overline{BC} = 7$ ，求 $\overline{AB}$ 的長 =_____。

15. 設 $\triangle ABC$ 之外心為 O ，垂心為 H ，若 $\vec{AO} = \frac{4}{9}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$ ，且 $\vec{AH} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，則數對 $(x, y) =$ _____。