

111 學年度第二學期第二次定期考高一數學試題

命題範圍：第三章 排列組合與機率

一、是非題(每題 2 分，共 14 分)

正確請寫“○”，錯誤請寫“×”

1. " $-1 < x < 1$ " 為 " $-2 < x < 2$ " 的充分條件。
2. 命題“集合 A 中的所有元素皆是偶數”的否定命題是“集合 A 中的所有元素皆不是偶數”。
3. 一個試驗中，令 A、B 代表互斥事件，則事件 A、B 至少有一事件會發生的機率等於 $P(A)+P(B)$ 。
4. 從一副撲克牌 52 張(扣除鬼牌)中任取 5 張牌，則 5 張牌形成「兩對」(即牌型形如 x, x, y, y, z ; 點數 x, y, z 兩兩相異)的情況有 $C_1^{13} \cdot C_2^4 \cdot C_1^{12} \cdot C_2^4 \cdot C_1^{11} \cdot C_1^4$ (種)。
5. 一箱燈泡共 8 個，其中有 2 個瑕疵燈泡，每次從箱中任取 3 個燈泡，假設每個燈泡被取中的機會均等，則取出瑕疵燈泡個數的期望值為 $\frac{2}{8} \times 3$ (個)。
6. 有 6 件不同的玩具平分成兩堆的方法數為 $\frac{C_3^6 \cdot C_3^3}{2!}$ (堆與堆之間無次序性)。
7. 袋中有 2 個黑球，1 個白球，從袋中取一個球(每個球被取中的機會均等)，觀察其顏色，樣本空間 $S=\{\text{黑}, \text{白}\}$ ，取得白球的事件 A 為 $\{\text{白}\}$ ，故 $P(A) = \frac{1}{2}$ 。

二、單選題(每題 4 分，共 16 分)

1. 有 16 支隊伍參與棒球比賽，採單敗淘汰賽制(即任何一隊只要輸一場比賽就被淘汰出局)，每場都比賽至分出勝負為止，為了產生冠軍，賽程規劃需辦比賽場次為 (A) 3 (B) 8 (C) 15 (D) 16
2. 火車共有七節車廂，內含三節供餐車廂，並要求此三節供餐車廂兩兩不能相鄰，則其安排的方法數為 (A) C_3^5 (B) C_3^7 (C) P_3^5 (D) P_3^7

3. 計算 $C_0^n + C_1^n \cdot 2^1 + C_2^n \cdot 2^2 + C_3^n \cdot 2^3 + \cdots + C_{n-1}^n \cdot 2^{n-1} + C_n^n \cdot 2^n$ 可化簡為
 (A) 2^{n+2} (B) 2^{n+1} (C) 3^{n+1} (D) 3^n
4. 一元硬幣 6 枚，五元硬幣 1 枚，十元硬幣 2 枚，若已知有付款，設集合
 $A = \{x \mid \text{款項 } x \text{ 元恰有兩種付款方式}\}$ (例如：款項 5 元恰有「一元硬幣 5 枚」與「五元硬幣 1 枚」兩種不同的付款方式)，則 $n(A)$ 之值為
 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

三、多選題(每題 8 分，共 16 分)

說明：每題有 4 個選項，其中至少有一個選項是正確的，全對得 8 分；答錯一個選項得 6 分；
 答錯兩個選項得 4 分；答錯三個選項得 2 分；答錯四個選項或未作答者不予給分。

1. 若 $F = \{1, \{2\}\}$ ，請選出正確的選項。
 (A) $\emptyset \subset F$ (B) $2 \in F$ (C) $\{2\} \in F$ (D) $\{2\} \subset F$
2. $T = \{2, 3, a^2 - 5a + 10\}$ $V = \{2a - 2, a + 1, -a + 6\}$ ，
 若 $T \cap V = \{3, 4\}$ ，請選出正確的選項。
 (A) $a = 2$ (B) T 有 8 個子集合 (C) $n(V) = 3$ (D) $V - T = \emptyset$

四、填充題：(每題 6 題，共 54 分)

1. 將「我是建中人」五個字排成一列，要求「建」要在「中」的左邊，且「人」要在「中」的右邊。若「建」、「中」、「人」兩兩不一定相鄰，則其排列數為_____。
2. 阿弘與小敬輪流從 1 開始喊自然數，輪到「爆炸數」時，就用拍手代替喊數，他倆約定「爆炸數」的定義為「“不是完全平方數”且為“奇數”」，請計算 1 到 1000 的自然數中，有_____個「爆炸數」。
3. 小志、小淨、阿一約定以抽牌來決定比賽的種子。方式為：三人從編號 1、2、3、4、5 的五張牌中各隨機抽出一張牌(抽後不放回)，若某人的抽牌編號恰為抽出三張牌編號的中位數，則此人即為種子。那麼小志為種子的所有可能之抽牌情形有_____種。

4. 今從甲地到乙地需要乘船才能到達，現小祐、小勁、阿哲、小穎與小茹共五人欲搭乘 A、B、C 三艘不同的船從甲地到乙地，每艘船安全載量為四人，若小祐堅持要與小勁搭乘同一艘船，則所有人安全乘船的方法數為_____。
5. 計算 $C_1^5 + C_2^6 + C_3^7 + C_4^8 + C_5^9 + C_6^{10} + C_7^{11}$ 之值為_____。
6. 計算 $(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + (1+x)^4 + (1+x)^5 + (1+x)^6 + (1+x)^7 + (1+x)^8 + (1+x)^9$ 之展開式中 x^3 項的係數為_____。
7. 小如與小靚玩猜拳遊戲(兩人隨機出拳剪刀、石頭、布)三局，每局勝者得 1 分、負者扣 1 分、平手兩者各得 0 分，則比完三局後兩人總分皆為 0 分的機率為_____。
8. 某次數學定期考有一多重選擇題，有(A)、(B)、(C)、(D)四個選項。給分標準為：「每題有 4 個選項，其中至少有一個選項是正確的，全對得 8 分；答錯一個選項得 6 分；答錯兩個選項得 4 分；答錯三個選項得 2 分；答錯四個選項或未作答者不予給分。」，今有一題小靜只確定選項(A)為正確且正確填答後，其餘選項隨機猜答，依此計分方式，該題小靜得分的期望值為_____分。
9. 有一棋盤型街道如圖，從 A 地走到 B 地走捷徑(只能向右和向上)，若每條捷徑被選取的機會均等，則轉彎次數的期望值為_____次。
- (例如: 捷徑 A—P—Q—B 的轉彎次數為 2)

