

臺北市立第一女子高級中學

111 學年度第一學期第二次期中考 高二數學 A（理組）題目卷

註：總分超過 100 分者，以 100 分計；班級、座號等欄位劃記錯誤者，扣 5 分。

本試卷題型可自行判斷採用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：

E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)

一、單選題(每題 6 分，共 24 分)

1. 設函數 $y = \cos x$ ，若此函數在 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，

則 $M + m$ 之值為何？

- (1) 1 (2) 0 (3) $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ (4) $-\frac{1}{2}$ (5) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 設 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ， $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ，且 $\sin \alpha = \cos \beta = \frac{3}{5}$ ，

則 $\sin(\alpha + 2\beta)$ 之值為何？

- (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{117}{125}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $-\frac{3}{5}$ (5) $-\frac{117}{125}$

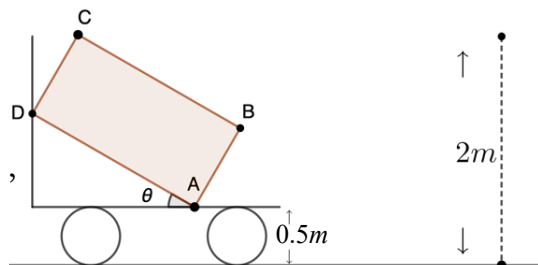
3. 如右圖，小綠想將一台推車推過高度為 2 公尺的門，此推車平台和地面

的距離為 0.5 公尺。現將一個長方體物體

斜放在平台上，其側面為長方形 $ABCD$ ，

其中 $\overline{AD}$ 與平台的水平夾角為 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)，

$\overline{BC}$ 為 2 公尺， $\overline{AB}$ 為 1 公尺。



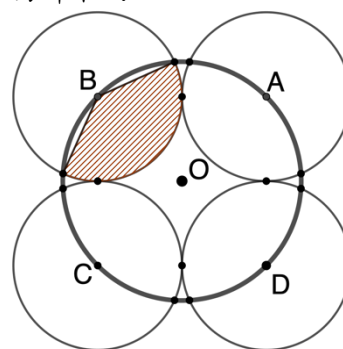
若推車能順利通過此門，則夾角 θ 之最大值近似於下列哪個數值？

- (1) 15.56° (2) 19.47° (3) 26.57° (4) 36.87° (5) 42.13°

4. 如右圖，有一個以 O 為圓心， $\sqrt{2}$ 為半徑的大圓，其圓周通過四個外切小

圓的圓心 A, B, C, D ，試問鋪色的扇形面積近似於多少平方單位？

- (1) 0.361 (2) 0.6047 (3) 0.723 (4) 1.209 (5) 2.419



二、多選題(每題 10 分，一個選項 2 分，未作答不計分，共 20 分)

5. 試問下列哪些選項正確？

(1) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\tan 20^\circ \tan 65^\circ + \tan 20^\circ - \tan 65^\circ + 1 = 2$

(3) $\cos 105^\circ = \sqrt{\frac{1 + \cos 210^\circ}{2}}$

(4) $\cos 316^\circ \sin 16^\circ - \sin 224^\circ \cos 344^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\sin^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{14}\right) = 1$

6. 將函數 $f(x) = \cos x$ 的圖形，以 x 軸為中心，上下放大為原來的 2 倍，再

以 y 軸為中心，左右伸縮為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍，然後向左平移 $\frac{\pi}{6}$ ，接著將所得函數

圖形化成 $y = g(x) = a \sin(bx + c)$ ，其中 $a > 0$ ， $0 < c < \frac{\pi}{2}$ ，

試問下列哪些選項正確？

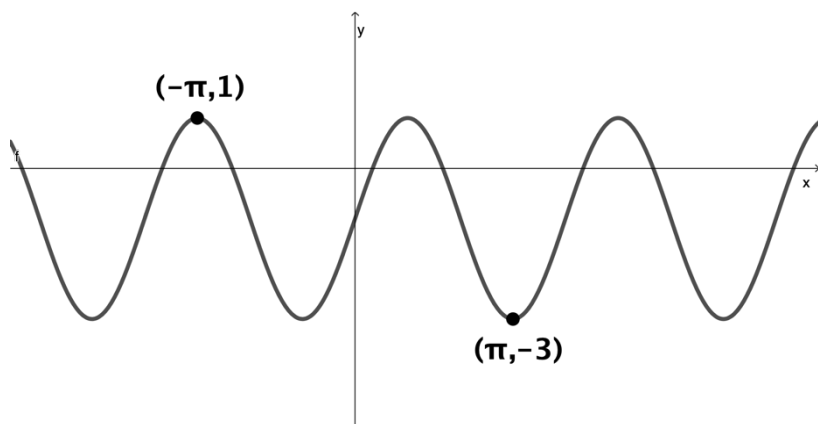
(1) $a = 2$ (2) $b = \frac{1}{2}$ (3) 函數 $y = g(x)$ 的週期為 π

(4) 函數 $y = g(x)$ 的圖形亦可由 $y = 2 \sin(-2x)$ 平移得到 (5) $c = \frac{\pi}{6}$

三、填充題(每題 7 分，共 42 分)

子. 函數 $f(x) = 3 \cos 111x - 4 \sin 111x$ 的最大值為 7。

丑. 若下圖為 $y = a \sin bx + c$ 的部分圖形，則此圖形週期為 $\frac{8\pi}{9}$ 。



寅. 若兩直線 $L_1: 3x + y = 0$ 與 $L_2: x - 2y = 1$ 所夾的銳角為 θ ，

則 θ 為 10.1112 (度)。(請四捨五入到小數點後第二位)

卯. 若 $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ ，則 $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{13}{14}$ 。

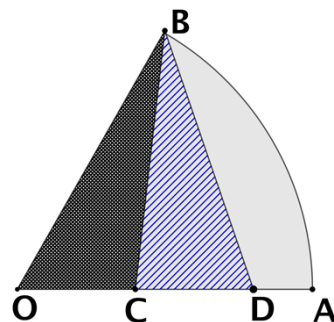
辰. 小綠在班日時，將一個扇形蛋糕 OAB 平分成三等份(如下圖)分給學姊、

學妹享用，其中 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ 。切下 $\overline{BC}$ 和 $\overline{BD}$ 兩刀後， $\triangle OBC$ 、 $\triangle BCD$ 和

區域 BDA 的面積皆相等，則 $\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}}$ 的值為 15.16。

(請四捨五入求至小數點後第一位)

巳. 方程式 $\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = -\frac{x}{6}$ 有 17 個實根。

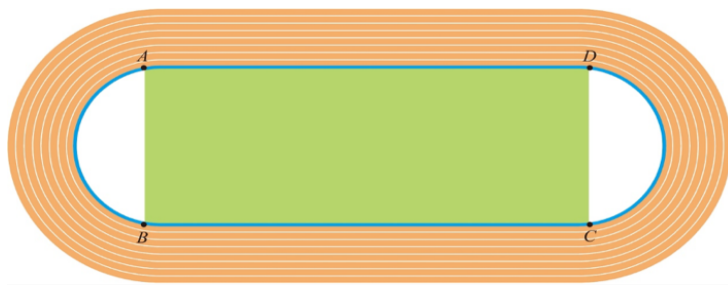


四、混合題(共 14 分)

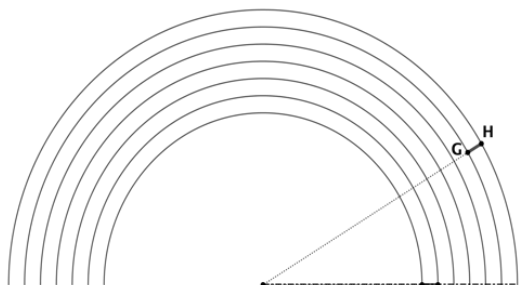
綠園操場是半圓式 200 公尺田徑場，由兩個直道和兩個半圓的彎道所組成

(圖一為其示意圖)，其中 200 公尺是指最內緣一圈的長度(如圖一的粗黑線條)。

已知直道的距離為 52.24 公尺，即： $\overline{AD} = \overline{BC} = 52.24$ 公尺。



圖一



圖二

甲.(單選)試問最內道彎道的半徑近似於多少公尺?(5 分)

(作答請畫記在第(18)列)(1) 7.60 (2) 15.20 (3) 23.52 (4) 30.40 (5) 47.03

乙.(單選)田徑場跑道由內向外稱為第一道、第二道、……，共六道。

每個跑道的寬度皆為 1.22 公尺，跑道之間的分道線寬 5 公分，

試問第六道內緣一圈的長度為多少公尺?(5 分)(作答請畫記在第(19)列)

(1)206.35 (2) 215.71 (3)219.95 (4) 239.90 (5)247.88

丙.(填充)在田徑徑賽中，為了使運動員所跑的距離相等，外道的起點要前移。

在起點前移的距離，稱為前伸數。如圖二，如果第一道在彎道起始處 $\overline{EF}$

起跑，則第六道需要向前到 $\overline{GH}$ 起跑，才能讓每一隊在 $\overline{OE}$ 搶跑道線前都跑

了 200 公尺。因彎道距離不方便用布尺來測量，我們透過測量 $\angle HOF$ 的夾

角來決定 H 點的位置。試求 $\angle HOF$ (20). (21) (22) (徑)。(4 分)

(請以弧度量表示，並四捨五入到小數點後第二位)

五、加分題(全對得 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，其餘不給分)

小綠想將一個正方形木板（厚度不計）運送經過一個轉角，下圖為轉角的

俯視圖，圖中 $\overline{AB}$ 為正方形木板，其長度為 x 公尺，灰色部分為牆壁，白色

為可供人移動的空間，各部分寬度如下圖的標示。她運送方式如下：先旋

轉此木板角度 θ_1 到 $\overline{A_1B_1}$ ，然後向前移動 x_1 公尺到 $\overline{A_2B_2}$ ，再旋轉角度 θ_2 到

$\overline{A_3B_3}$ ，然後向前移動 x_2 公尺到 $\overline{A_4B_4}$ ，再旋轉角度 θ_3 到 $\overline{A_5B_5}$ ，然後向前移動

x_3 公尺到 $\overline{A_6B_6}$ ，再旋轉角度 θ_4 到 $\overline{A_7B_7}$ ，就能順利通過這個轉角了。試問下

列哪些選項正確？(作答請畫記在第(23)列)

(1) 若依照此搬移方式，則 $\theta_1 = \theta_4$ ， $\theta_2 = \theta_3$ ，且 $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$ 。

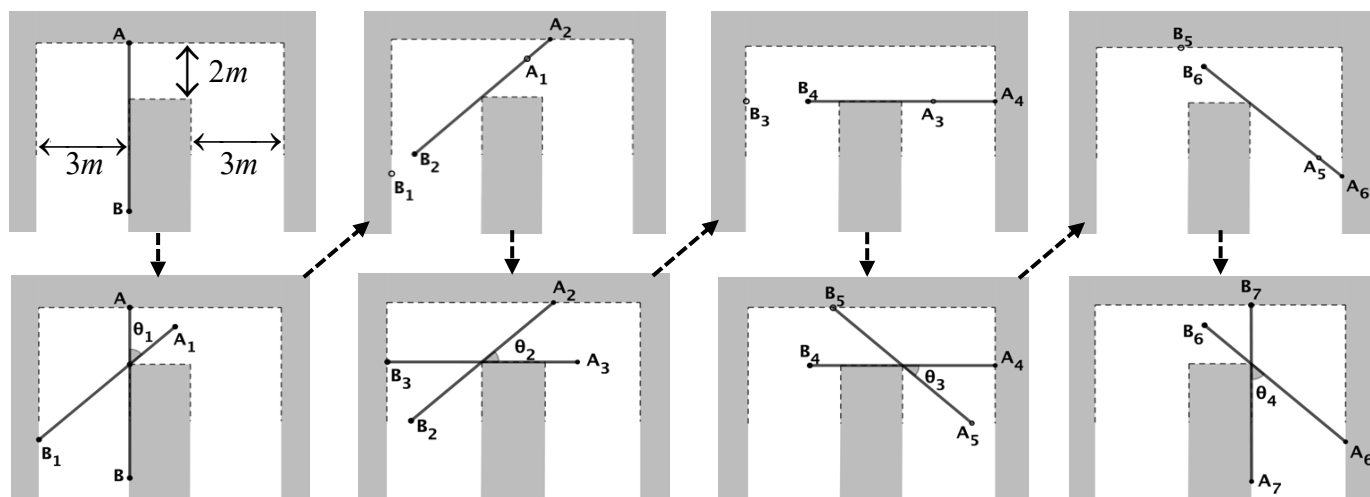
(2) 若 B_1 恰好碰到牆壁，則 $\sin \theta_1 = \frac{3}{x-2}$ 。

(3) 若 B_1 恰好碰到牆壁，則 $x_1 = \frac{2}{\cos \theta_1} - 2$ 。

(4) 若轉 θ_2 後， B_3 恰好碰到牆壁，則 $3 = x - \frac{2}{\sin \theta_2}$ 。

(5) 若 $\overline{AB} = 6.5$ 公尺，則用此搬運方式（意即：只需要轉四次就能把木板運

出轉角），可不破壞牆壁或木板，便將正方形木板 $\overline{AB}$ 運送經過這個轉角。



北一女中 111 學年度第一學期高二數學 A 第二次期中考
參考答案

題號		答案		題號		答案	
1		3		辰	15	0	0.4
2		5			16	4	
3		1		巳	17	5	5
4		4		甲	18	2	
5		145		乙	19	4	
6		1345		丙	20	1	1.85
子	7	5	5		21	8	
					22	5	
丑	8	4	$\frac{4\pi}{3}$	加分題	23	1234	
	9	3					
寅	10	1	1.43				
	11	4					
	12	3					
卯	13	7	$\frac{7}{8}$				
	14	8					