

111 學年度第一學期第一次定期考高一數學試題

命題範圍：第一章 實數系

一、單選題(每題 5 分，共 25 分)

1. 若 $a = 3 - \sqrt{6}$, $b = 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$, $c = \sqrt{10} - \sqrt{5}$, 則 a, b, c 之大小順序為何?

- (1) $a > c > b$ (2) $a > b > c$ (3) $b > a > c$ (4) $c > a > b$ (5) $c > b > a$

2. 滿足不等式 $|x-2| - 2|x+1| \geq 2$ 的整數解有幾個?

- (1) 2 個 (2) 3 個 (3) 4 個 (4) 5 個 (5) 無限多個.

3. 設 x 為正實數，且 $x^2 - 4x - 1 = 0$ ，則 $x^3 + x^2 + x^{-2} - x^{-3}$ 之值為何?

- (1) 100 (2) 94 (3) 82 (4) 76 (5) 72

4. 設 $a = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{7}}{5}$, $b = \frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{7}}{5}$, $c = \frac{4\sqrt{3}+7\sqrt{7}}{11}$, $d = \frac{7\sqrt{3}+4\sqrt{7}}{11}$, 下列何者正確?

- (1) $a > b > c > d$ (2) $d > a > c > b$ (3) $c > b > a > d$ (4) $d > c > b > a$
(5) $c > a > b > d$

5. 化簡 $\left(\frac{16}{9}\right)^{-0.5} \times (0.125)^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-1.5} = ?$

- (1) $\frac{2}{375}$ (2) $\frac{3}{125}$ (3) $\frac{3}{250}$ (4) $\frac{8}{125}$ (5) $\frac{375}{64}$

二、多選題(每題 8 分，共 40 分)

說明：第 6 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項劃記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 設 x 為實數且 $x > 1$ ，若 $x^2 + x^{-2} = 6$ ，下列哪些選項是正確的?

- (1) $x + x^{-1} = 2\sqrt{2}$ (2) $x - x^{-1} = \sqrt{2}$ (3) $x^2 - x^{-2} = 4\sqrt{2}$
(4) $x^3 + x^{-3} = 10\sqrt{2}$ (5) $x^5 - x^{-5} = 78$

7. 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。

- (1) $|x-2|+|x-7|=1$ (2) $|x-2|+|x-7|=6$
(3) $|x-2|-|x-7|=1$ (4) $|x-2|-|x-7|=-6$
(5) $|x-2|-|x-7|=-1$

8. 下列敘述哪些正確？

- (1) 已知正實數 x ，則必存在某一正實數 y 使得 $x=10^y$
(2) $(\frac{1}{10})^{\log 2} < (\frac{1}{10})^{\log 3}$ (3) $10^{-\log 2} > \frac{1}{3}$ (4) $10^{2\log 3} > 10^{3\log 2}$
(5) 若兩正實數 x 、 y 滿足 $\log x = \log y + 1$ ，則 $x = \frac{y}{10}$

9. 在數線上，取相異四點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 與 $D(d)$ ，滿足 $c = \frac{5}{6}a + \frac{1}{6}b$ 且

$d = \frac{7}{6}a - \frac{1}{6}b$ ，選出正確的選項。

- (1) C 必在 A 與 B 之間 (2) $c > a$ (3) D 必在 A 與 B 之左
(4) $5\overline{AC} = \overline{BC}$ (5) $6\overline{AD} = \overline{AB}$

10. 設 x, y 為實數，已知 $|x+1| \leq 3$ ， $|y-2| \leq 1$ ，則下列選項哪些正確？

- (1) $-10 \leq 3x+2y \leq 12$ (2) $-14 \leq 3x-2y \leq 0$ (3) $-12 \leq xy \leq 6$
(4) $-4 \leq \frac{x}{y} \leq \frac{2}{3}$ (5) $1 \leq x^2+y^2 \leq 25$

三、填充題(每題 5 分，共 35 分)

A. 已知 n 為自然數，且 $\sqrt{n+2+\frac{1}{n}} - \sqrt{n-2+\frac{1}{n}} < \frac{1}{10}$ ，則 n 的最小值為 _____。

B. 若 $x = \sqrt[3]{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ，求 $4x^3+12x+5$ 之值為_____。

C. 設 $a > 0$ ，且 $a^{2x} = 7 - 4\sqrt{3}$ ，求 $\frac{a^{4x} + a^{-4x}}{a^x + a^{-x}} =$ _____。(化成最簡分數)

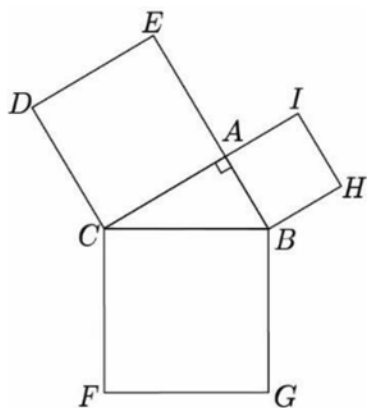
D. 若 a, b, c 皆為整數且 $|a-1| + 2|b+2| + 3|c-3| = 3$ ，則數對 (a, b, c) 有_____組解。

E. 設 a, b 為實數，且 $(0.027)^a = 100, 9^b = 1000$ ，則 $(3a+2)(2b-3) =$ _____。

F. 若 $a > 0, b > 0$ ，設 $\triangle ABC$ 為一直角三角形， $\angle A = 90^\circ$ ，且 $\overline{AC} = 2a, \overline{AB} = b$ ，

今以 $\overline{AC}, \overline{AB}, \overline{BC}$ 為邊，往外畫出 $ACDE, ABHI, BCFG$ 三個正方形。

若正方形 $BCFG$ 的面積為 24 時，則 $\triangle ABC$ 面積的最大值為_____。



G. 如圖，以 $\overline{AB}$ 為直徑作半圓， P 為半圓上的一點且 $\overline{PD}$ 垂直 $\overline{AB}$ 。若 C, A, B 的坐標分別為 0、2、12，且 $\frac{\overline{AD}}{\overline{PB}} = \frac{9}{20}$ ，
則 D 的坐標_____。(化成最簡分數)

