

臺北市立第一女子高級中學 111 學年度第二學期高二數學 B 第三次期中考

注意：請於答案卷上作答並繳回，否則不予計分。

《題目卷》

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

1. 設 a, b, c, d 為實數，且 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ ，試問 $a-2d$ 的值為下列何者？
- (1)-1 (2)0 (3)1 (4)2 (5)3

2. 下列 Excel 試算表中矩陣 $X = \begin{bmatrix} 55 & 21 & 7 \\ 12 & 23 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ ，矩陣 $Y = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ ，矩陣 XY 的位置位於 B7 到 C9，想要求出 B7 儲存格的值，需在 B7 儲存格中輸入下列哪一個式子？

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	X				Y		
3		55	21	7		2	4
4		12	23	3		5	1
5		4	5	2		6	0
6							
7	XY						
8							
9							
10							

- (1) $A3 * E3 + A4 * E4 + A5 * E5$ (2) $(A3 + B3 + C3) * (E3 + E4 + E5)$
 (3) $= A3 * E3 + A4 * E4 + A5 * E5$ (4) $= A3 * E3 + B3 * E4 + C3 * E5$
 (5) $MMULT(A3:C5, E3:F5)$
3. 小英想將一長寬比為 1.4 的矩形圖片調整成黃金矩形，試問下列哪一個的操作會使得此舉行的長寬比最接近黃金分割比 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ？
- (1)將矩形的長增加 0.2 公分 (2)將矩形的寬減少 2 公分
 (3)將矩形的長增為原來 1.15 倍 (4)將矩形的長增為原來 1.6 倍
 (5)將矩形的對角線增為原來 1.2 倍

二、多重選擇題

(每題 10 分，每個選項 2 分，共 40 分，整題未作答者，該題不予計分。)

4. 設 A 、 B 、 C 皆為二階方陣， I 為二階單位矩陣，則下列哪些敘述正確？

- (1) 若 $A+B=A+C$ ，則 $B=C$
- (2) 若 $A \neq 0$ ，且 $AB=AC$ ，則 $B=C$
- (3) 若 $AB=BA$ ，則 $A=I$ 或 $B=I$
- (4) 若 A 、 B 的反矩陣階存在，則 $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$
- (5) $(A^2)^{-1}=(A^{-1})^2$

5. 因應物價指數上漲，甲、乙兩家超商今年將其熱銷的三款便當 A 、 B 、 C ，以 5% 的比例調漲售價，下圖為這些商品目前的訂價，若未來兩年物價上漲指數不變，兩家超商就會依今年的物價，每年皆調漲 5%，試問下列哪些選項可以代表這些商品兩年後的訂價？

$$(1) 1.01 \times \begin{bmatrix} 100 & 105 \\ 110 & 120 \\ 120 & 125 \end{bmatrix}$$

$$(2) (1.05)^2 \times \begin{bmatrix} 100 & 105 \\ 110 & 120 \\ 120 & 125 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 100 & 105 \\ 110 & 120 \\ 120 & 125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1.05)^2 & (1.05)^2 \\ (1.05)^2 & (1.05)^2 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 100 & 105 \\ 110 & 120 \\ 120 & 125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.01 & 1.01 \\ 1.01 & 1.01 \end{bmatrix}$$

$$(5) \begin{bmatrix} 1.05 & 0 & 0 \\ 0 & 1.05 & 0 \\ 0 & 0 & 1.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 & 105 \\ 110 & 120 \\ 120 & 125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.05 & 0 \\ 0 & 1.05 \end{bmatrix}$$

	甲超商	乙超商
A	100	105
B	110	120
C	120	125

6. 已知費氏數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴式 $a_1=1$ ， $a_2=1$ ， $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$ ($n>2$)，則下列哪些敘述正確？

$$(1) a_4=5 \quad (2) a_{111} < a_{112} \quad (3) \frac{a_4}{a_3} < \frac{a_5}{a_4} \quad (4) \frac{a_{110}}{a_{111}} + 1 = \frac{a_{112}}{a_{111}}$$

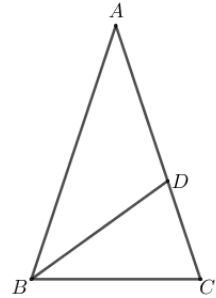
$$(5) \frac{a_{2023}}{a_{2022}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

7. 已知 $\begin{bmatrix} t & 1 \\ 3-t & t+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ，則下列哪些敘述正確？
- (1) 若 $t(t+1) - (3-t) \neq 0$ ，則 x, y 恆有解
 - (2) 若 x, y 有無限多解時，則 $t=1$
 - (3) x, y 可能為無解
 - (4) 若 $t \neq 1$ ，則 x, y 恰有一組解
 - (5) 若 $t = -3$ 或 $t = 1$ 時， x, y 可能為無解或無限多組解

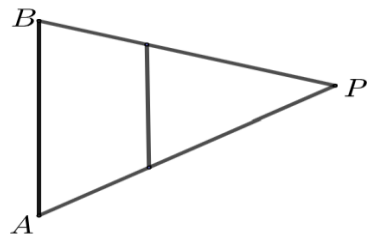
三、填充題(每格 6 分，共 48 分)

8. 求矩陣 $\begin{bmatrix} 7 & -25 \\ 5 & -18 \end{bmatrix}$ 的反矩陣為_____。

9. 如下圖，等腰三角形 ABC 中， $\angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$ ，且 $\overline{BD}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線，則 $\triangle ABD$ 面積與 $\triangle BCD$ 面積的比值為_____。



10. 小明將左下圖中的電線桿以單點透視法，畫成右方簡圖並建立坐標系，其中電線桿皆與 y 軸平行，消失點 $P(0,0)$ ，電線桿 $\overline{AB}$ 底座位於直線 $\overline{PA}: x-2y=0$ ，點 $A(-40, -20)$ ，直線 $\overline{PB}: x+4y=0$ ，欲在電線桿 $\overline{AB}$ 的位置重疊畫上一位身高 160 公分，倚靠電線桿的少女，少女的腳位於點 A ，已知電線桿實際高度為 6 公尺，試求少女頭頂的座標為_____。



11. 某教堂有一個正方形的玻璃窗戶，正方形的中心有一個星狀裝飾物，窗外路燈的光線(假設路燈是一個點光源)透過窗戶在地板上形成一個梯形光影。在地板上建置一個直角坐標系，發現梯形光影中的兩條平行光中，一條中有顯現出梯形的兩個頂點 $(-4,30)$ ， $(16,0)$ ，另一條只能看清楚其中一頂點 $(16,30)$ ，而中心星形的投影點座標為 $(16,25)$ 。則梯形的第四個頂點坐標為_____。

12. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & x \\ y & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ，若 $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ ，則 $y =$ _____。

13. 已知 $A^2 = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ，若 $A^5 + 2B = \begin{bmatrix} -18 & 23 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ ，則矩陣 A 為_____。

14. 已知方程組 $\begin{cases} ax + by = -3 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$ 有一解為 $(2,3)$ ，另一方程組 $\begin{cases} ax + by = -4 \\ cx + dy = 1 \end{cases}$ 有一解為 $(1,4)$ ，若矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 A^{112} 為_____。

15. 實驗室培養兩種菌， $\langle a_n \rangle$ $\langle b_n \rangle$ 分別代表兩種培養菌在時間點 n 的數量，彼此有如下的關係： $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + \frac{1}{2}b_n$ ， $b_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{1}{2}b_n$ ($n=0,1,2\dots$)，若想維持這兩種菌在任意時間點的比例固定，則 $\frac{a_1}{b_1}$ 值為_____。

臺北市立第一女子高級中學 111 學年度第 2 學期高二數學 B 第三次期中考

《答案卷》

二年__班 __號 姓名：_____

*總分 106 分，超過 100 分時，則為 100 分。

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

1	2	3
(2)	(4)	(3)

二、多重選擇題(每題 10 分，每個選項 2 分，共 20 分，整題未作答者，該題不予計分。)

4	5	6	7
(1)(5)	(2)(5)	(2)(3)(4)	(1)(3)(5)

三、填充題(共計 48 分)

8	9	10	11
$\begin{bmatrix} 18 & -25 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$(-40, -12)$	$(20, 24)$
12	13	14	15
1	$\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$