

111 學年度第一學期第三次定期考高三數學乙試題

命題範圍：選修數學乙(上)第三章積分

一、多選題（每題 8 分，3 題共 24 分）

（說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。）

1. 若多項式函數 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的反導函數，則下列哪些選項是 $-2f(x)$ 的反導函數？(1) $4 - 2F(x)$ (2) $2F(x) - 8x$ (3) $x - 2F(x)$ (4) $100 - 2F(x)$ (5) $-2F(x)$

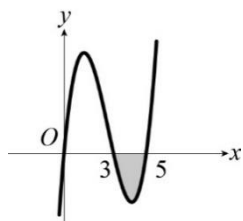
2. 已知二次多項式函數 $f(x) = -x^2 + 4x + 12$ ，下列選項何者正確？

(1) $\int_0^2 f(x) dx = \int_2^4 f(x) dx$ (2) $\int_0^2 f(x) dx < \int_4^6 f(x) dx$

(3) $\int_2^6 f(x) dx > 2 \int_2^4 f(x) dx$ (4) $\int_2^6 f(x) dx > \int_2^7 f(x) dx$

(5) 函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸所圍成的區域面積為 $2 \int_{-2}^2 f(x) dx$

3. 如圖是多項式函數 $f(x)$ 的圖形在閉區間 $[0, 5]$ 與 x 軸所圍成區域，設鋪色部分的面積為 2，且知 $\int_0^5 f(x) dx = 4$ ，選出正確的選項：



(1) $\int_3^5 f(x) dx = 2$ (2) $\int_0^3 f(x) dx = 6$ (3) $\int_3^5 -3f(x) dx = -6$ (4) $\int_0^5 (f(x) + 1) dx = 9$

(5) 函數 $f(x)$ 圖形在閉區間 $[0, 5]$ 與 x 軸所圍成區域面積為 4

二、填充題（每格 6 分，8 格共 48 分）

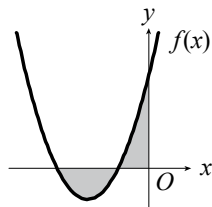
1. 已知函數 $f(x)$ 的導函數為 $f'(x) = -6x + 4$ ，且 $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ ，則 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆為多項式函數，已知定積分 $\int_2^5 f(x)dx = 3$ ， $\int_5^7 f(x)dx = 5$ ， $\int_2^7 g(x)dx = 7$ ，求 $\int_2^7 [2f(x) - 3g(x)]dx =$ _____。

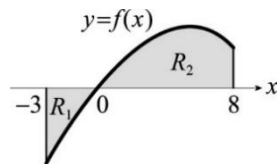
3. 求 $\int_{-2}^{55} (x^2 + 2x)dx - \int_0^{55} (x^2 + 2x)dx =$ _____。

4. 求 $\int_{-3}^0 |x^2 - x - 2|dx =$ _____。

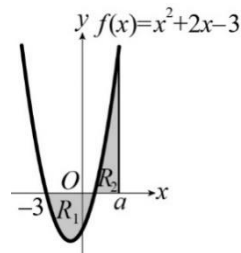
5. 圖為 $f(x) = x^2 + 4x + 3$ 的圖形，求鋪色區域的面積為_____。



6. 圖中的鋪色區域是函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸、 $x = -3$ 與 $x = 8$ 所圍成的區域。已知 R_2 的面積是 R_1 面積的 3 倍，且 $\int_{-3}^8 f(x)dx = 6$ ，求 $\int_{-3}^0 f(x)dx$ 的值 = _____。



7. 在圖中， R_1 與 R_2 是函數 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 的圖形與 $y = 0$ ， $x = -3$ 及 $x = a$ （其中 $a > 1$ ）所圍成的二個區域，已知 R_1 的面積與 R_2 的面積相等，求 a 之值為_____。



8. 設某處在時間 t （時）的溫度可表成函數 $f(t) = -t^2 + 8t$ （ $^{\circ}\text{C}$ ）， $3 \leq t \leq 6$ 。已知在時段 $3 \leq t \leq 6$ 內，時間 t_0 （時）的溫度恰好等於平均溫度，求 t_0 的值為_____。

三、非選題（每題 8 分，1 題共 8 分）

1. 已知 $f(x)$ 為多項式函數，且 $f(x) = 3x^2 + 6x \int_0^1 f(x) dx + 1$ ，求

(1) $\int_0^1 f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、混合題（每題 8 分，1 題共 8 分）

1. 已知函數 $f(x) = 4x + a$ 滿足 $\int_0^1 f(x) dx = 0$ ，求

(1) a 之值為何？ $\underline{\hspace{2cm}}$ （單選題）

(A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4。

(2) 若函數 $g(x)$ 滿足 $g'(x) = 3f(x)$ 且 $\int_0^1 g(x) dx = 4$ ，則 $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

（非選擇題）

五、計算題（每題 12 分，1 題共 12 分）

1. 已知某商品在市場上 x 件的需求函數為 $D(x) = -0.3x^2 + 390$ （元），且供給函數為 $S(x) = 0.3x^2 + 6x + 30$ （元），求

(1) 需求與供給的均衡點。

(2) 在均衡價格的消費者剩餘。

(3) 在均衡價格的生產者剩餘。