

桃園市武陵高中 111 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 72 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。 $(8-5-2-0)$

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 = 100$ ，請選出正確的選項。

- (1) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列且 $a_{112} > 10$ ，則 $a_{2023} > 10$
- (2) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列且 $a_{112} < 10$ ，則 $a_{2023} < 10$
- (3) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列且 $a_{2023} > 0$ ，則 $a_{112} > 0$
- (4) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列且 $a_{112} < 0$ ，則 $a_{2023} < 0$
- (5) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，則 $a_{400} \div a_{300} = (a_{40} \div a_{30})^{10}$

2. 設有一組成等差的數據 $X: 1, 4, 7, \dots, 298$ ，請選出正確的選項。

- (1) 數據 X 的第 25 百分位數為 76
- (2) 數據 X 的中位數大於或等於算術平均數
- (3) 若將數據 X 的每筆數據都開根號，將使整體數據的標準差變小
- (4) 若新增一筆數據，其值恰為數據 X 的算術平均數，將使整體數據的標準差變大
- (5) 若刪除數據 X 中的第一筆數據，將使整體數據的標準差變小

3. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足「 $a_1 = 2$ 且對任意正整數 n ， $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$ 恆成立」，當 a_2 為下列哪些選項中的值時，能使數列 $\langle a_n \rangle$ 的前六項均為正數？

- (1) $\frac{20}{11}$
- (2) 2
- (3) $\frac{23}{11}$
- (4) $\frac{11}{5}$
- (5) $\frac{13}{5}$

二、填充題（占 48 分）

說明：第 4 題至第 10 題，每格 6 分。

4. 設有五數成等差數列，其和是 20，積是 208，則此數列的公差可能的值為【 】。（全對才給分）

5. 阿樺 在經營某社群平臺時發現 110 年與 111 年的訂閱人數成長率分別只有 10%、20%，若希望在 112 年底結算時，這三年的平均成長率能達到 30% 以上，則今年（112 年）的成長率至少要達到【 】%。（以無條件進位法取至整數答案）

6. 已知 x 、 y 的 5 筆數據如右表，且 y 對 x 的迴歸直線為 $y = \frac{1}{2}x + 3$ ，則：

x	1	2	2	3	2
y	3	2	1	a	10

(1) 數據 x 的變異數為【 】。

(2) 數據 y 的標準差為【 】。

7. 設 5 組數據 X 、 Y 、 Z 、 U 、 V 如下表，請比較相關係數 $r_{X,X}$ 、 $r_{X,Y}$ 、 $r_{X,Z}$ 、 $r_{X,U}$ 、 $r_{X,V}$ 的大小，並由小到大排列為【 】。（請以「 $<$ 」或「 $=$ 」表示成一系列不等式）

X	1	2	3	4	5
Y	1	5	4	9	10
Z	1	4	7	10	13
U	2	3	2	1	2
V	20	15	10	5	0

8. 將等差數列 $\langle a_n \rangle$ ： $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \dots, \frac{100}{7}$ 中的每一項化成小數，並以無條件捨去法取至整數位數，依序排成新數列 $\langle b_n \rangle$ ，則級數 $b_1 + b_2 + \dots + b_{100}$ 的和為【 】。

9. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴式為

$$\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_n = a_{n-1} + 2^{n+1} - 2n + 1, & n \geq 2 \end{cases}$$

則此數列第 10 項 a_{10} 的值為【 】。

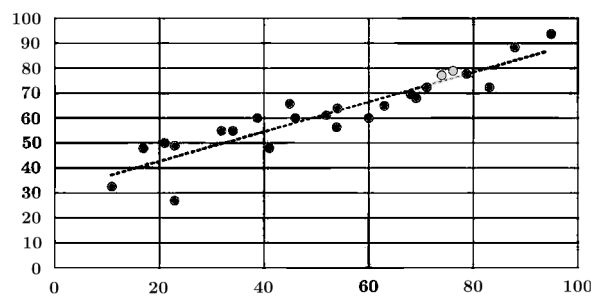
10. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 一般項為 $a_n = n^2 - 11n + 10$ ，則 $|a_1| + |a_2| + \cdots + |a_{20}|$ 的值為【 】。

第貳部分：混合題（占 28 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

11 — 14 題組

數學老師阿吉將全班 25 位同學期中考成績 (x) 與期末考成績 (y) 繪製散布圖如右，已知：這 25 位同學的期中考成績 (x) 與期末考成績 (y) 的平均分別為 52.7 分、62.1 分，而標準差分別為 23.4 分、15.0 分， y 對 x 的迴歸直線為 $y = 0.6x + b$ 。請根據上述資料回答下列問題：(答案請取四捨五入至小數點後第一位)



11. 選出 x 、 y 的相關係數 r 的正確範圍。(單選題，4 分)

- (1) $r = -1$
- (2) $-1 < r \leq -0.7$
- (3) $-0.7 < r \leq -0.3$
- (4) $0.3 \leq r < 0.7$
- (5) $0.7 \leq r < 1$
- (6) $r = 1$

12. y 對 x 的迴歸直線中的 b 值為【 】。(填充題，4 分)

13. 若阿明 同學期末考成績為 60 分，則其標準化分數為【 】。(填充題，4 分)

14. 若阿凱同學期末考時因故請假，且他在期中考時的分數為 60 分，則可預期阿凱同學在參加期末考的補考時，可以得到幾分？(非選擇題，4 分)

15 — 16 題組

設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足「 $a_3 = 36$ 且對任意正整數 n ， $a_{n+1} = \frac{n+2}{n}a_n + 4$ 恆成立」，試回答下列問題：

15. 列出數列的前 5 項 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 。(非選擇題，4 分)

16. 推測 (非選擇題，2 分) 並以數學歸納法驗證此數列的一般項 a_n 。(非選擇題，6 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 25 2. 235 3. 234

4. $\pm\sqrt{3}$ 、 $\pm\sqrt{17}$

5. 67

6. (1) $\frac{2}{5}$; (2) $\sqrt{10}$

7. $r_{X,V} < r_{X,U} < r_{X,Y} < r_{X,X} = r_{X,Z}$

8. 679

9. 3996

10. 1000

第貳部分：混合題

11. 5

12. 30.5

13. -0.1

14. 66.5

15. 4、16、36、64、100

16. $a_n = 4n^2$; 略