

北一女中 111 學年度第二學期第一次期中考高三數甲試題

本試卷 $i = \sqrt{-1}$ 表虛數基本單位

一、單選題：(每題 5 分，共 10 分)

1. 設 k 為整數，若方程式 $x^2 + 2kx + 9 = 0$ 有兩個相異實根，且方程式 $x^2 - (k-1)x + 15 = 0$ 有兩個虛根，則 k 值有幾種可能？ (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8。
2. 設 a 、 b 實數且二次方程式 $x^2 + (a+i)x + (2+2i) = 0$ 有純虛根 bi ，則 $a+b$ 之值為何？ (1) 1 (2) 2 (3) -3 (4) -2 (5) -1。

二、多選題：(每題 10 分，共 30 分)

1. 重複操作一個成功機率為 $\frac{2}{5}$ 的伯努力試驗 20 次，且每次試驗結果都是獨立的。設隨機變數 X 表示試驗成功的次數，選出正確的選項。
 - (1) $P(X=10) = C_{10}^{20} \left(\frac{6}{25}\right)^{10}$
 - (2) $P(X=10) = P(X=11)$
 - (3) $P(X=10) > P(X=9)$
 - (4) $X=8$ 的機率最大
 - (5) $X=20$ 的機率最小。
2. 在複數平面上，選出正確的選項。
 - (1) 若參數 k 為任意實數，則 $z = k(1+i)$ 的圖形表一直線
 - (2) $|z+1+i| = |z-i|$ 的圖形表一直線
 - (3) $|z+1| = |z-i| = |z+2023|$ 的圖形表一直線
 - (4) $|z+1-i| = |2023i|$ 的圖形表一圓
 - (5) $|z+1-i| = 3|z-i|$ 的圖形表一圓

3. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且複數 $i-1$ 為方程式 $f(x)=0$ 的一根。選出正確的選項。

(1) $f(i+1)=0$

(2) $f(1+2i) \neq 0$

(3) 函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸恰有一個交點

(4) 方程式 $f(x^2)=0$ 最多有兩實根

(5) 方程式 $f(x^{2023})=0$ 恰有一實根。

三、填充題：(每空格 5 分，共 45 分)

1. 自 2020 年起，全球遭受新冠肺炎 COVID-19 的侵襲。身為防疫模範生的台灣，各保險公司紛紛推出“防疫險”的保單，對於染上此疾病的民眾提供一定的理賠保障。

2021 最新 防疫保單評比

保單名稱	富邦 疫起守護 2.0	新安東京海上 健康御守	台灣人壽 安心365	兆豐產物 兆護疫生
隔離	3~5 萬	X	X	2 萬
染疫	3~5 萬	1~3 萬	1 萬	5 萬
住院	3,000~5,000 元 / 天	一般住院 1,000~3,000 元 / 天 負壓隔離病房 2,000~6,000 元 / 天 連續住院90天賠 50~150 萬	一般住院 2,000 元 / 天 負壓隔離病房 4,000 元 / 天	一般住院 2,000 元 / 天 負壓隔離病房 2,000 元 / 天
補充	可另加「疫苗保障」 228~365 元	突發傷病不限海外地區		
保費	1,509~2,515 元	2,722 元 (計畫C,30歲)	1,630 元 (30歲女性)	1,086 元

製表日期：2021/05/17 註：表格僅供參考，實際商品內容仍以各家保險公司條款為主

在 2021 年五月，有家保險公司為了搶占市占率，推出一年內染疫理賠 6 萬元(理賠至多一次)，保險費 600 元的保單。2021 年 6 月台灣疫情大爆發，台灣民眾染疫的機率爆衝為 0.66。若不計其他營運成本，則該保險公司每張保單獲利的期望值為_____元。

2. 小綠皮包內有九張紙鈔，其中四張的面額為 2000 元，兩張的面額為 500 元，另外三張的面額為 200 元，小綠從皮包中一次取出三張鈔票，每張鈔票被取出的機率均等。若 X 表取出金額的總和，則 X 的期望值為 _____ 元。

3. 袋中有 1 白球、4 黑球、1 紅球，每一次從袋中任取一球，每球被取出的機率均等，取後**不放回**，取到黑球即停止取球。若 X 表取球的次數，則

(1) 期望值 $E(X) =$ _____ 次。

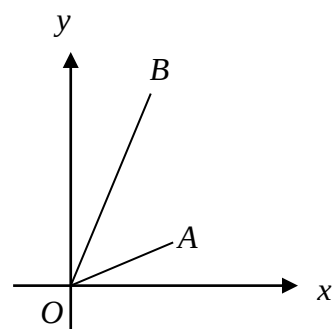
(2) 變異數 $Var(X) =$ _____。

4. 重複投擲一枚不均匀硬幣 n 次，已知出現正面次數的期望值 μ 為 2 (次)，變異數 σ^2 為 1.2，則 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) =$ _____。

5. 方程式 $z^2 = -2 + 2\sqrt{3}i$ 之兩根為_____。

6. 滿足 $(z + 20 - 23i)^4 = 2 + 2\sqrt{3}i$ 的四個根在複數平面上對應到四點 A 、 B 、 C 、 D ，則四邊形 $ABCD$ 的面積為_____。

7. 如右圖，已知 $O(0,0)$ 、 $A(2,1)$ 、 $B(a,b)$ 、 $\angle BOA = 60^\circ$ 且 $\overline{OB} = 2\overline{OA}$ ，則數對 $(a,b) =$ _____。



8. 設 $f(x)$ 為滿足以下兩條件之最少次數的實係數多項式：

(1) $f(1+i) = f(i) = 5$

(2) $f(1) = 1$

則 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$

四、混合題：(第 1 題 6 分，第 2 題 9 分，共 15 分)

1. 已知實係數多項式 $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 5x + a$ 滿足 $f(0) < 0$ ， $f(-\sqrt{2}) > 0$ ，且方程式 $f(x) = 0$ 有一個負整數根及三個正實根。

(1) 實數 a 的值為何？(單選題)(2 分)

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3 。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ 除了負整數根外，在哪些連續整數之間有實根？(計算題)(4 分)

2. 已知 $\omega = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$ ，

(1) $\omega^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ (填充題)(2 分)

(2) 證明： $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 = 0$ (3 分)

(3) 利用(2)，證明： $\cos^2 36^\circ + \cos^2 72^\circ + \cos^2 108^\circ + \cos^2 144^\circ = \frac{3}{2}$ 。(4 分)

北一女中 111 學年度第二學期第一次期中考高三數甲答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ 得分：_____

一、單選題：(每題 5 分，共 10 分)

1.	2.
5	5

二、多選題：(每題 10 分，共 30 分)

1.	2.	3.
145	1245	2345

三、填充題：(每空格 5 分，共 45 分)

1. -39000	2. 3200	3(1). $\frac{7}{5}$	3(2). $\frac{28}{75}$	4. $\frac{522}{625}$
5. $\pm(1+\sqrt{3}i)$	6. 4	7. $(2-\sqrt{3}, 1+2\sqrt{3})$	8. -15	

四、混合題：(第 1 題 6 分，第 2 題 9 分，共 15 分)

1. (1) <u>B</u> (單選題)(2 分) (2) 計算題(4 分) (0,1),(1,2),(3,4)	2. (1) <u>1</u> (填充題)(2 分) (2) 證明題(3 分) (3) 證明題(4 分)
--	---