

北一女中 111 學年度第二學期高二數學 A 第一次段考

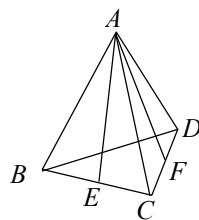
一、單選題（每題 8 分，共 24 分，答錯不倒扣）

1. 空間中三向量 $\vec{a} = (1, 3, -2)$ 、 $\vec{b} = (2, 5, -3)$ 、 $\vec{c} = (-4, 3, 1)$ ，則由 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 所張開的平行六面體的體積為何？

(1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12

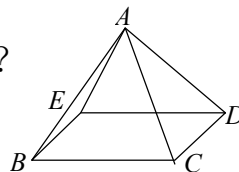
2. 四面體 $ABCD$ 中， $\triangle BCD$ 為邊長 6 的正三角形，而 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 9$ ，若 E 、 F 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 的中點，則 $\cos \angle EAF = ?$

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{13}{16}$ (4) $\frac{7}{8}$ (5) $\frac{15}{16}$



3. $A-BCDE$ 為一個四角錐， A 為頂點，底面 $BCDE$ 是一個正方形，四個側面都是正三角形，如右圖，則下列各選項的內積值，何者最小？

(1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ (2) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ (3) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ (4) $\vec{BD} \cdot \vec{CE}$ (5) $\vec{AB} \cdot \vec{EC}$



二、多重選擇題（每個選項 2 分，共 20 分，答錯不倒扣）

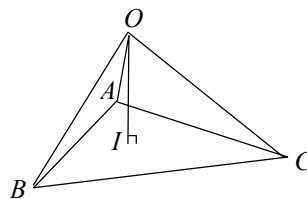
4. 空間中三點 $A(2, -4, 5)$ 、 $B(-1, -2, 9)$ 、 $C(6, 8, 2)$ ，則下列選項中，哪些是正確的？

(1) $\vec{AB} = (1, -6, 14)$ (2) $|\vec{AC}| = 13$ (3) $\cos \angle BAC = \frac{4}{13\sqrt{29}}$ (4) $\triangle ABC$ 面積 $\frac{13\sqrt{29}}{2}$

(5) 若 $\vec{AP} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$ ，則 P 的坐標為 $(-2, 16, 5)$

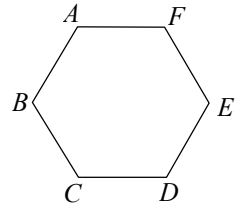
5. 如圖的四面體 $OABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{CA} = 8$ ， O 在底面 $\triangle ABC$ 上的投影點 I 恰為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\overline{OI} = 6$ ，則下列哪些選項是正確的？

(1) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 3
 (2) 四面體 $OABC$ 的體積為 72
 (3) 平面 ABC 與平面 OBC 所夾銳角的正切值為 3
 (4) $\triangle OBC$ 的面積為 $10\sqrt{10}$
 (5) $\overline{OA} = 2\sqrt{10}$

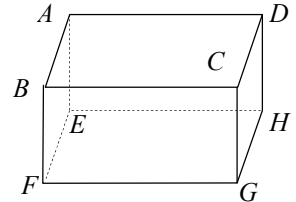


三、填充題（每題 8 分，共 40 分）

6. 空間中一個正六邊形 $ABCDEF$ ，已知 $A(-2, 0, -1)$ 、 $B(2, -1, -2)$ 、 $C(5, 2, -2)$ ，則 D 的坐標為_____。

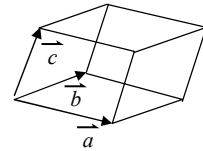


7. 空間中一長方體 $ABCD-EFGH$ 如右圖，其中三個頂點的坐標為 $A(1, 2, -2)$ 、 $B(2, 4, 0)$ 、 $C(6, 6, -4)$ ，且長方體體積為 54，則點 H 的坐標為_____。



8. 在空間中，已知向量 $\vec{a} = (1, -2, 2)$ ， $\vec{b} = (4, -5, 2)$ ，

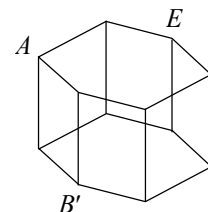
若 $\vec{c}$ 在 $\vec{a} \times \vec{b}$ 上的正射影長度為 8，則由 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 所張開的平行六面體體積為_____。



9. 空間中三向量 $\vec{a} = (4, -3, 12)$ 、 $\vec{b} = (2, 3, -6)$ 、 $\vec{c}$ ，若 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 99$ ，

則 $|\vec{b} + \vec{c}|$ 的最小值為_____。

10. 如圖，一個正六角柱 $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$ 的上底、下底都是邊長 4 的正六邊形，若已知 $\triangle AB'E$ 的面積為 $10\sqrt{3}$ ，則此正六角柱的體積為_____。

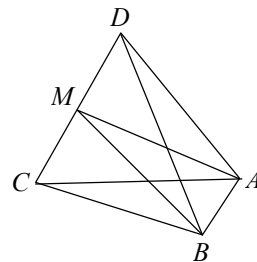


四、混合題（共 26 分）

四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AC} = \overline{AD} > \overline{BC} = \overline{BD}$ ，

M 為 $\overline{CD}$ 的中點， $\triangle ABC$ 為銳角三角形，如右圖所示，

請回答 11~13 題。



11. 請問下列選項中，哪些是正確的？（多重選擇題，10 分）

- (1) $\overline{AM} \perp \overline{CD}$
- (2) 直線 CD 垂直平面 ABM
- (3) 若 N 為 $\overline{AB}$ 的中點，則 $\overline{MN} \perp \overline{AB}$
- (4) 若 $\overline{MH} \perp \overline{AB}$ 於 H ，則 $\overline{CH} \perp \overline{AB}$
- (5) 若 $\overline{MH} \perp \overline{AB}$ 於 H ，則直線 AB 垂直平面 CDH

12. 若 N 為 $\overline{AB}$ 的中點， $\overline{MH} \perp \overline{AB}$ 於 H ，平面 ABD 與平面 ABM 夾的銳角為 θ ，則 $\cos \theta = ?$

- (1) $\frac{\overline{MB}}{\overline{BD}}$ (2) $\frac{\overline{MA}}{\overline{AD}}$ (3) $\frac{\overline{BD}}{\overline{MB}}$ (4) $\frac{\overline{MH}}{\overline{DH}}$ (5) $\frac{\overline{MN}}{\overline{DN}}$ （單選題，8 分）

13. 若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{CD} = 6$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 9，則 $\triangle ABM$ 的面積為_____。（計算題，8 分）

北一女中 111 學年度第二學期高二數學 A 第一次段考答案卷

班別_____座號_____姓名_____得分_____

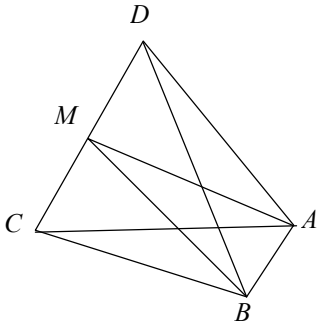
選擇題

1	2	3	4	5

填充題

6	7	8	9	10

混合題

11		12	
13	(請將演算過程有邏輯且清楚地在答案欄內寫出，<u>沒有合理過程不給分。</u>) 		

北一女中 111 學年度第二學期高二數學 A 第一次段考答案卷

班別_____座號_____姓名_____得分_____

選擇題

1	2	3	4	5
(3)	(5)	(2)	(2)(4)	(3)(4)

填充題

6	7	8	9	10
(4, 6, -1)	(7, 2, -5)	72	2	$72\sqrt{3}$

混合題

11	(1)(2)(4)(5)	12	(4)
13	(請將演算過程有邏輯且清楚地在答案欄內寫出，<u>沒有合理過程不給分。</u>) (1) 作 $\overline{MH} \perp \overline{AB}$ 於 H，因為直線 CD 垂直平面 ABM， $\Rightarrow \overline{CD} \perp \overline{MH} \Rightarrow \angle CMH = 90^\circ$ (2 分) (2) $\overline{AB} = 4$ 且 $\triangle ABC$ 的面積為 9 $\Rightarrow \frac{4 \times \overline{CH}}{2} = 9 \Rightarrow \overline{CH} = \frac{9}{2}$ (2 分) (3) $\overline{MH}^2 = \overline{CH}^2 - \overline{CM}^2 = \frac{45}{4} \Rightarrow \overline{MH} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ (2 分) (4) $\triangle ABM$ 的面積為 $\frac{\overline{AB} \times \overline{MH}}{2} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{2}\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ (2 分)		

