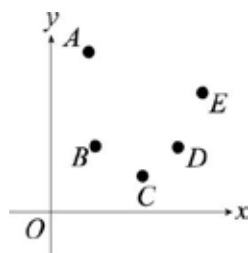


111 學年度第二學期第一次定期考高三數乙試題

命題範圍：選修數學乙(下)第一章線性規劃、第二章機率統計

一、單選題（每題 6 分，2 題共 12 分）

1. 圖中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 為坐標平面上的五個點。如果將這五個點的坐標 (x, y) 分別代入 $x + by$ ，以 A 點代入所得的值最小，那麼 b 可能為下列何值？



- (1) 6 (2) 4 (3) 2 (4) 1 (5) -2
2. 便利商店因週年慶而提供折扣優惠，只要消費滿 99 元就可從紙盒中隨機抽一球來決定該筆消費的折扣數（每顆球被抽到的機率相等）。店家已在盒中放了 9 顆球，其中寫著 6 折和 7 折的各有 1 顆、9 折 2 顆、95 折 5 顆。令隨機變數 X 代表消費 100 元的顧客在折扣後需要付的金額（元），若店家想再加入一球使得 X 的期望值等於 86 元，則新加入的那顆球上面所寫的折扣數應為下列哪一個選項？ (1) 65 折 (2) 75 折 (3) 8 折 (4) 85 折 (5) 9 折

二、多選題（每題 8 分，1 題共 8 分）

（說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。）

1. 某甲上班可採全程步行或全程騎腳踏車兩種方式通勤，其中步行的通勤時間為 60 分鐘，騎腳踏車的通勤時間以整數計時為 T 分鐘。其中 $30 \leq T \leq 40$ ，且 T 分為五個區間，其出現在各區間的機率如下表：

通勤時間	$30 \leq T < 32$	$32 \leq T < 34$	$34 \leq T < 36$	$36 \leq T < 38$	$38 \leq T \leq 40$
機率	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

例如：騎腳踏車通勤時間 T 滿足區間 $32 \leq T < 34$ 的機率為 0.2。假設甲每天通勤時間互相獨立。根據上述資料，試選出正確選項。

- (1) 若甲某一天騎腳踏車上班，則其通勤時間少於 35 分鐘的機率是 0.5

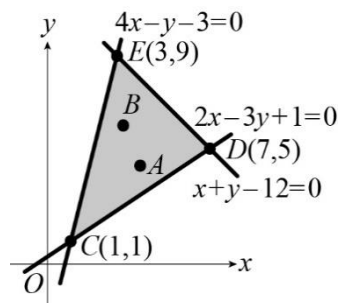
- (2) 若甲某五天皆騎腳踏車上班，則這五天上班的通勤總時間一定會少於四天騎腳踏車另一天步行的通勤總時間
- (3) 若甲某五天上班的通勤總時間為 250 分鐘，則這五天中甲一定是三天步行，兩天騎腳踏車
- (4) 若甲每天投擲一公正銅板來決定步行或騎腳踏車上班，正面則步行，反面則騎腳踏車，則甲兩天的通勤總時間至少 90 分鐘的機率是 0.75
- (5) 若甲有兩天皆騎腳踏車上班，則甲這兩天的通勤總時間至少為 76 分鐘的機率是 0.01

三、填充題（每格 7 分，6 格共 42 分）

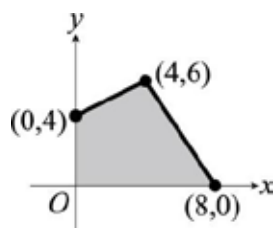
1. 袋中有大小相同的紅球 6 顆及黑球 x 顆，每次從袋中任取一球，觀察顏色後再放回袋中，共取球 n 次，設每顆球被取到的機率均等且每一次取球都為獨立事件。已知取得紅球的次數之期望值為 24 次，標準差為 4 次，則數對 $(x, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 袋中有編號 1 到 10 的球各一顆，每球被取出的機率均等且每一次取球都為獨立事件，每次從中取出兩顆計算其號碼和再放回，重複同樣的動作 20 次，設隨機變數 X 表示 20 次中出現號碼和為偶數的次數，若 X 的期望值為 μ 次，標準差為 σ 次，則數對 $(\mu, \sigma) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 滿足不等式 $0 \leq x \leq 7$ ， $0 \leq y \leq 4$ ， $0 \leq x + y \leq 9$ ， $4x + 7y \geq 30$ 之格子點 (x, y) 有 個。（ x, y 均為整數之點 (x, y) 稱為格子點）

4. 已知聯立不等式
$$\begin{cases} 4x - y - 3 \geq 0 \\ x + y - 12 \leq 0 \\ 2x - 3y + 1 \leq 0 \end{cases}$$
 的解區域如圖，

若點 $A(4, k)$ 與點 $B(k, 6)$ 皆為聯立不等式之解，則 k 的範圍為何？



5. 已知 (x, y) 為圖中四邊形邊界及其內部的點，若點 $(4, 6)$ 是目標函數 $P = mx + y + 10$ 在圖中取得最大值的唯一一點，求實數 m 的範圍為 。



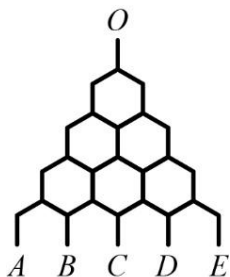
6. 坐標平面上，有兩點 $A(4, -1)$ 與 $B(-2, 2)$ 。已知點 $C(x, y)$ 滿足聯立不等式 $x + 2y \geq 2$ 、 $x - y \geq -4$ 、 $y \leq 8$ 以及 $3x + y \leq 23$ ，則當 C 點坐標為 _____ 時， $\triangle ABC$ 有最大的面積。

四、非選題（每題 8 分，2 題共 16 分）

1. 已知袋中有 2 白球及 3 紅球，自袋中每次取一球，每球被取到的機會均等，取後不放回，直到取出紅球為止。令隨機變數 X 表示取出的球數，求：

- (1) X 的期望值 $E(X) =$ _____。
 (2) X 的標準差 $\sigma(X) =$ _____。

2. 圖為夜市的彈珠檯遊戲，每次彈珠均由入口 O 放入，由 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個出口掉出，已知彈珠在各分支處向右落下的機率為向左落下的 2 倍，若每局遊戲可放入 162 顆彈珠，一次放一顆且各彈珠之間互相不影響，若有 X 顆彈珠由出口 C 掉出，則可得 X 元獎金，求所得獎金 X 的期望值與標準差。



五、計算題（2 題共 22 分）

1. 某科系宣稱該系新生男女錄取的比例相等。今檢定男女錄取的比例，並列出前三個步驟如下：

- (I) 假設「男女錄取的比例相等」；
 (II) 確立檢定統計量為「隨機抽取 7 名新生中女生的人數」；
 (III) 設定顯著水準為 0.05。

回答下列問題。

- (1) 已知隨機變數 X 表示女生的人數，求拒絕域。
 (2) 若試驗的結果為 7 名新生中有 1 名女生，則是否拒絕「男女錄取的比例相等」的假設？

2. 某航空公司因機械故障而停飛，致使平安旅行社原來預定搭此航空公司班機返台的25位旅客，被迫滯留在當地。領隊經詢問後得知，另外三家航空公司飛往台灣近期的機位已滿，都必須等待，當時有三種方案可以將旅客送回台灣如下表（表中的數據是以每人為單位）。例如A方案，旅行社必須負擔每人4500元的食宿費加上400元的轉機價差。

方案	食宿費	轉機價差	返台所需等待時間
A 轉搭甲航空公司的班機	4500 元	400 元	3 天
B 轉搭乙航空公司的班機	5500 元	200 元	4 天
C 轉搭丙航空公司的班機	8000 元	0 元	6 天

註：轉機價差是指「轉搭其他航空公司的班機」所需補的票價差額。

領隊向旅行社報告後，旅行社同意領隊可以使用下列經費來解決此事件：食宿費總共最多150000元，轉搭其他航空公司班機的轉機價差總共最多8000元。試問在經費允許的條件下，要如何分配採用A、B、C這三種方案的人數，才能使全部旅客返回台灣所用的等待總人天數最少？所謂等待總人天數是採用各方案的人數乘以等待的天數之總和，例如：若採用A、B、C方案的人數分別為8、10、7人，則等待總人天數為 $8 \times 3 + 10 \times 4 + 7 \times 6 = 106$ （人天）。如果領隊規劃 x 人轉搭甲航空公司的班機、 y 人轉搭乙航空公司的班機，其餘的旅客轉搭丙航空公司的班機，由下列步驟，求出全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。
- (2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。
- (3) 求全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。