



本試卷題型均可以自行判斷採用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：E-More FX-127、Fuhbao FX-180、Canon F-502G、Casio FX-82Solar(II)。

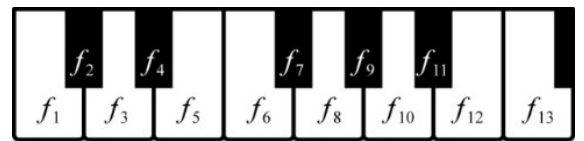
一、單選題(每題 5 分，3 題共 15 分)

1. 小綠升上高二後決定要善用指數的威力，提升自己的數學功力，她計畫從 2022 年 9 月 1 日(四)開始，每週固定提升 1% 的數學功力。設小綠的數學功力原來為 1，試問小綠經過這樣努力，直到 2024 年 1 月 24 日(三)止，其數學功力變為原來的幾倍？請選出最接近的選項。
(1) 2 (2) 5 (3) 10 (4) 20 (5) 30

2. 鋼琴鍵盤上每個鍵的頻率 $f_1, f_2, \dots, f_{13}$ 如右圖所示。

已知頻率之間的關係為 $\log \frac{f_a}{f_b} = \frac{a-b}{12} \times \log 2$ ，其中

$a, b = 1, 2, \dots, 13$ 。



交響樂團在音樂會前會由雙簧管吹出一個標準 A 音，頻率為 440 赫茲，若此標準 A 音為上圖中的 f_{10} ，試問上圖中 f_{13} 的頻率最接近下列哪一個選項？

- (1) 450 赫茲 (2) 520 赫茲 (3) 590 赫茲 (4) 660 赫茲 (5) 730 赫茲
3. 設坐標平面上點 $P(x, y)$ 滿足 $5^x = 2^y$ ，且點 P 與原點的距離為 2022，則共有幾個點 P ？
(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 4 (5) 無窮多個

二、多重選擇題(每題 10 分，每個選項 2 分。3 題共 30 分，整題未作答者，該題不予計分。)

4. 下列哪些敘述正確？

- (1) $2^{400} + 2^{500} = 2^{900}$
(2) $\log 2^{400} + \log 2^{500} = \log 2^{900}$
(3) $\log 2^{400} \times \log 2^{500} = \log 2^{900}$
(4) $\log_2 400 \times \log_2 500 < (\log_2 450)^2$

- (5) $\frac{\log 2^{500}}{\log 2^{400}} = \log_{2^{400}} 2^{500}$

5. 設對數函數 $f(x) = t \times \log x$ ， t 為非零實數，試問下列哪些敘述正確？

- (1) $y = f(x)$ 的圖形過點 $(1, 0)$
(2) $f(110) < f(111)$
(3) $y = f(x)$ 的圖形與直線 $y = 2022$ 恰有一個交點
(4) 若 $t = 1$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形與 $g(x) = 10^x$ 的圖形對稱於直線 $y = x$
(5) 若 $t > 0$ ，則 $\frac{f(110) + f(112)}{2} > f(111)$

6. 水生植物布袋蓮生長迅速，而且其葉子含有大量的碳和氮，肯亞地區將其葉子碾碎作為乾淨能源。若 3 公斤的布袋蓮可提供烹煮時的燃料 4 小時，某生態池已種約 10 公斤的布袋蓮，已知此地布袋蓮每 15 天可生長成 2 倍重量，試問下列哪些敘述正確？
- (1) 1 個月(30 天)後布袋蓮的總重量可達 40 公斤
 - (2) x 天後布袋蓮的總重量為 $2^{\frac{x}{15}}$ 公斤
 - (3) 布袋蓮從 40 公斤生長到 60 公斤只需 7.5 天
 - (4) 3 個月後布袋蓮可提供當地 850 小時以上的烹煮燃料
 - (5) 若想要有足夠的布袋蓮提供 10000 小時的烹煮燃料，則至少需等 145 天後

三、填充題(每格 6 分，7 格共 42 分)

7. $\log(2^{400} + 2^{402})$ 的近似值經四捨五入到整數位為 _____。
8. 已知點 $P(s, t)$ 在函數 $y = \log_2 x$ 圖形上。若 $s \leq 2022$ ，且 s 與 t 皆為整數，則滿足上述條件的點 P 共有 _____ 個。
9. 因應通膨，中央銀行今年年利率已升息 2 碼(0.5%)，小綠發現她跟銀行借的一筆貸款，若在不還本金且每月只還利息下，她每個月所付的利息增加 2500 元，則小綠跟銀行貸款的這筆金額為 _____ 元。
10. 方程式 $\log_2 x = \log_4(15 - 2x)$ 的實根為 _____。
11. A 、 B 兩地同時受到某傳染疾病的威脅， A 地一開始 500 人感染，且每兩週感染人數變為 3 倍； B 地一開始 100 人感染，且每週感染人數變為 2 倍。試問最少 _____ 週後， B 地的感染人數會超過 A 地。
12. 已知點 $A(m, n)$ 在 $y = 2^x$ 圖形上，點 $B(s, t)$ 在 $y = \log_2 x$ 圖形上， m 為整數，且 $n > t$ ，若直線 $\overline{AB}$ 與直線 $y = x$ 有一夾角為 45° ，又 $120 < \overline{AB} < 130$ ，則 m 值 _____。
13. GIMPS 是一個搜尋質數的計畫，質數中形如 $2^n - 1$ 者稱為梅森質數，目前找到的最大質數為 $2^{82589933} - 1$ (第 51 個梅森質數，2 千多萬位數)；該計畫提供獎金 15 萬美金給能找到 1 億位數以上的質數者。若現有一數 $2^n - 1$ 的位數為 1 億位以上，則此最小的整數 n 為 _____。

四、混合題(3 題共 13 分)

韋伯-費希納定律 (Weber-Fechner Law) 是表明心理量和物理量之間關係的定律。

小綠根據這個定律建立自己的嗅覺感知模型，她每次都會調配一公升的特定味道溶液，將該溶液濃度視為此實驗唯一的控制變因，紀錄濃度作為刺激強度的依據。下表為小綠的紀錄，其中 S 為刺激強度； R 為感覺強度，而小綠定義可感知的嗅覺上限為 10、下限為 0。

R (感覺強度)	0	5	10
S (刺激強度)莫耳/公升	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}

14. 由上表中 R 和 S 的數值，試問下列哪一個可作為小綠的嗅覺感知模型？

(單選題：4 分)

(1) $R = 5^{\frac{S}{100}}$ (2) $R = 5^{\frac{S}{10^{-5}}}$ (3) $R = \log S + 6$ (4) $R = \log \frac{S}{10^{-6}} + 4$

(5) $R = 5 \times \log \frac{S}{10^{-6}}$

15. 承 14 題；設小綠想稀釋氣味強度 R 為 5 的溶液，使其強度 R 減半，試問該溶液濃度稀釋後與原來的溶液濃度的比值最接近的數值為下列何者？。(單選題：3 分)

(1) 100 (2) 4 (3) 3 (4) 2 (5) 0.3

16. 若小綠換了溶質，發現其散發的氣味更為刺激，感知最低氣味濃度為 10^{-7} 莫耳/公升，便將其定為感覺強度 $R = 0$ ，仿照 14 題重新建立嗅覺感知模型後，得知當濃度為 10^{-6} 時，小綠感知到的氣味強度 $R = 6$ ，試問在小綠可以感知的嗅覺感覺強度 $R = 10$ 的上限下，此時液體濃度的最大值為何？請以科學記號 $a \times 10^n$ 表示，其中 a 四捨五入至小數點後第二位。

(計算題：6 分，請詳列計算過程，採分段給分)

台北市立第一女子高級中學 一百一十一學年度 第一學期

高二數學科 文組數 A 第一次段考 範圍:指對數函數

分數

答案卷 學生卷 高二____班 座號____ 姓名____

一、單選題(每題 5 分，3 題共 15 分)

1.	2.	3.
----	----	----

二、多重選擇題(每題 10 分，每個選項 2 分。3 題共 30 分，整題未作答者，該題不予計分。)

4.	5.	6.
----	----	----

三、填充題(每格 6 分，7 格共 42 分)

7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	

四、混合題(3 題共 13 分)

14.(單選題：4 分)	15.(單選題：3 分)
--------------	--------------

16.(計算題：6 分，請詳列計算過程，採分段給分)

答:

答案卷 教師卷 高二____班 座號____ 姓名____

一、單選題(每題 5 分，3 題共 15 分)

1.	2.	3.
1	2	3

二、多重選擇題(每題 10 分，每個選項 2 分。3 題共 30 分，整題未作答者，該題不予計分。)

4.	5.	6.
2 4 5	1 3 4	1 4

三、填充題(每格 6 分，7 格共 42 分)

7.	8.	9.	10.
121	11	6000000	3
11.	12.	13.	
12	7	332192807	

四、混合題(3 題共 13 分)

14.(單選題：4 分)	15.(單選題：3 分)
5	5

16.(計算題：6 分，請詳列計算過程，採分段給分)

答：算出 $R = 6 \times \log \frac{S}{10^{-7}}$ (3 分)

濃度的最大值 4.64×10^{-6} 莫耳/公升 (3 分)

(任課老師請自行斟酌分段給分)