

111 學年度第二學期第一次定期考高二數 A 試題

命題範圍：第一章 空間向量

一、單選題 (每題 5 分，占 10 分)

1. 空間中一向量 $\overrightarrow{AB}$ 在 xy 平面的投影長為 7，在 yz 平面的投影長為 24，求 $|\overrightarrow{AB}|$ 的最大與最小值的和。(A) 36 (B) 49 (C) 64 (D) 81 (E) 100
2. 布魯塞爾廣場上有照明燈 A, B ，小殊建立一個空間坐標系得 $A(1,3,4)$ ， $B(9,7,5)$ ，在廣場地面上(即 xy 平面上)想找動點 $P(x, y, 0)$ ，使得 $\overline{PA} \perp \overline{PB}$ ，試問滿足此條件的 P 點個數為何？
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 無限多個

二、多選題(每題 8 分，占 24 分)

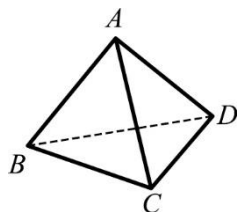
說明：每錯一選項扣 3 分，未作答及錯 3 選項或以上者該題 0 分。

1. 空間中，關於兩條歪斜線，選出正確的選項：
(A)兩條歪斜線不會落在同一個平面上
(B)兩條歪斜線在平面上的投影可能是兩條互相垂直的直線
(C)兩條歪斜線在平面上的投影可能是兩條互相平行的直線
(D)兩條歪斜線在平面上的投影可能是兩個相異點
(E)兩條歪斜線在平面上的投影可能是一直線及線外一點
2. 設 A, B 為平面 E 同側的兩點，且到平面 E 的距離分別為 5，8，若 A, B 在平面 E 上的投影點為 A', B' ，且 $\overline{A'B'} = 4$ ，若 P 為平面 E 上的點，下列何者為真？
(A) $\overline{AP} + \overline{BP}$ 的最小值為 $\sqrt{195}$
(B) $\overline{AP} + \overline{BP}$ 的最大值為 20
(C) $|\overline{AP} - \overline{BP}|$ 的最小值為 0
(D) $|\overline{AP} - \overline{BP}|$ 的最大值為 5
(E) $|\overline{AP} - \overline{BP}|$ 的最大值不存在

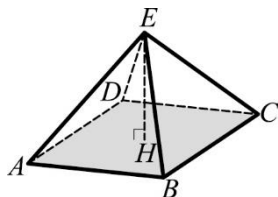
3. 下列哪些數滿足 $\begin{vmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 1 & 3-x & 2 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix} > 0$? (A)-2 (B)2 (C)4 (D)7 (E)100

三、填充題(每題 5 分，占 60 分)

1. 有一稜長為 3 的正四面體 $ABCD$ ，一動點 P 從始點 A 沿 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BCD$ 、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACD$ 之順序，在側面上移動，終點為 C ，則 P 點經過之最短距離為_____。



2. 圖為一個各邊長皆為 1 的四角錐， $ABCD$ 是一個正方形。若兩側面 ABE 與 ADE 所夾的二面角為 θ ，求 $\cos \theta =$ _____。



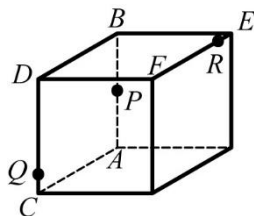
3. 邊長 4 的正方形紙片 $ABCD$ ，其中 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 中點為 E 、 F ，若將紙片沿 $\overline{AE}$ 、 $\overline{EF}$ 、 $\overline{FA}$ 折起，使 B 、 C 、 D 重合，可得一四面體，令此重合點為 B' ，則 B' 到 $\triangle AEF$ 的距離=_____。

4. 將長方形 $ABCD$ 沿對角線 $\overline{AC}$ 摺起，使平面 ABC 與平面 ADC 互相垂直，若 $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = \sqrt{3}$ ，則 $\overline{BD}$ 的長度=_____。

5. 空間中， A 點在 E 平面上的垂足為 H ， $\overline{AH} = 3$ ，直線 L 在 E 平面上，由 H 作 L 的垂線交 L 於 B 點， $\overline{HB} = 2$ ， C 是 L 上一點且 $\overline{AC} = 7$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

6. 空間中不共線三點 A ， B ， C ，滿足 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -8$ ， $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -6$ ，則 _____。

7. 圖是一個邊長為 6 的正立方體， $\overline{AP} = \overline{BP}$ ， $6\overline{CQ} = \overline{CD}$ ， $6\overline{ER} = \overline{EF}$ ，則 $\angle QPR =$ _____。



8. 已知 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 1$ ，則 $\begin{vmatrix} a_1 + 2b_1 & a_2 + 2b_2 & a_3 + 2b_3 \\ 3b_1 - 4c_1 & 3b_2 - 4c_2 & 3b_3 - 4c_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \end{vmatrix} =$ _____。

9. 設 a, b, c 為實數，若 $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix} = 15$ ，則 $a+2b+3c$ 的最大值
=_____。

10. 設 $a+b+c=-3$ ， $ab+bc+ca=4$ ，則行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} =$ _____。

11. 已知 $a^2+b^2+c^2=6$ ，求 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ 的最大值=_____。

12. 正 $\triangle ABC$ 的邊長為 $2\sqrt{3}$ ，內部一點到三邊的距離為 x, y, z ，求
 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}$ 的最大值=_____。

四、 計算題(占 6 分)

1. 已知 $xyz \neq 0$ ，且 $\frac{x+y}{2} = \frac{y+z}{1} = \frac{z-x}{2}$ ，則

(1)試求 $x:y:z$ 為何？(2%)

(2)試求 $x^2+y^2-z^2+6y-4z$ 的最小值(2%)及此時的 (x,y,z) (2%)。