

台北市立第一女子高級中學 111 學年度 第一學期

高三期末考(數 B 班)

一、單一選擇題（每題 5 分，共 15 分。）

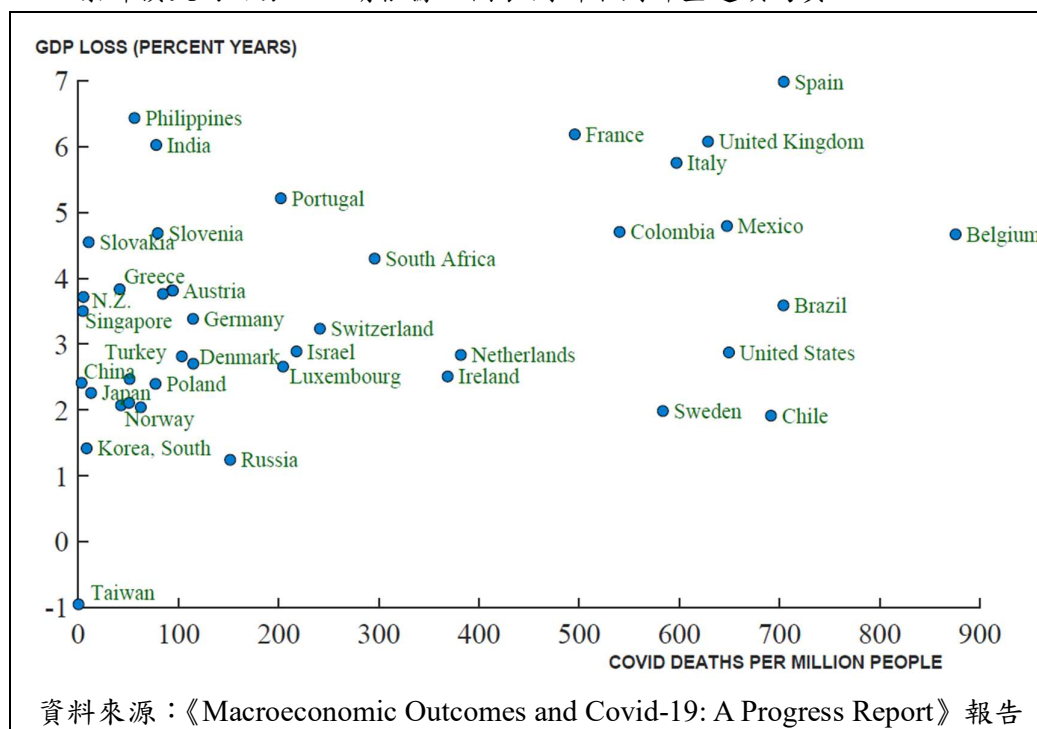
1. 已知 17^{10000} 是一個 12305 位數，則 17^{100} 是幾位數？
(1) 111 位數 (2) 123 位數 (3) 124 位數 (4) 6152 位數 (5) 6153 位數
2. 已知平面上直線 $L: 5x - 2y = 3$ ，則下列哪一條直線與 L 的距離最遠？
(1) 將 L 向右平移 5 個單位而得到的直線 L_1 。
(2) 將 L 向右平移 4 個單位，再向下平移 1 個單位而得到的直線 L_2 。
(3) 將 L 向右平移 3 個單位，再向下平移 2 個單位而得到的直線 L_3 。
(4) 將 L 向右平移 2 個單位，再向下平移 3 個單位而得到的直線 L_4 。
(5) 將 L 向右平移 1 個單位，再向下平移 4 個單位而得到的直線 L_5 。
3. 小綠有兩顆相同的正立方體骰子，每個骰子的六個面分別標示號碼 1, 2, 4, 8, 16, 32，則小綠投擲這兩顆骰子，計算面朝上的號碼總和 S ，則 S 有幾種可能的值？
(1) 21 種 (2) 27 種 (3) 28 種 (4) 63 種 (5) 64 種

二、多重選擇題（共 50 分。）

（每題至少有一個選項是對的，每個選項 2 分，答錯不倒扣，全題未作答則不計分）

4. 已知非零實數 x 、 y 滿足 $x + y = 20$ ，則下列哪些選項為真？
(1) xy 的最大值為 100。
(2) xy 沒有最小值。
(3) $x - y$ 的最小值為 -20 。
(4) $x - y$ 可能為 2022。
(5) $x^2 + y^2$ 的最大值為 400。
5. 已知函數 $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 2$ 的圖形對稱中心為 $A(\alpha, \beta)$ ，
下列哪些選項為真？
(1) $\alpha = 2$ 。
(2) $f(x)$ 在 $x = \alpha$ 處的一次近似為 $-27x - 44$ 。
(3) 若 $t > \alpha$ ，且 $f(x)$ 在 $x = t$ 處的附近一次近似於 $mx + k$ ，則 $m > -27$ 。
(4) 若 $t < \alpha$ ，且 $f(x)$ 在 $x = t$ 處的附近一次近似於 $mx + k$ ， $m < -27$ 。
(5) 水平線 $y = \beta$ 與 $y = f(x)$ 的圖形只交於一點。

6. 2020 年 10 月份，史丹佛經濟學教授瓊斯（Charles I. Jones）與賓州大學經濟學教授維拉維德（Jesús Fernández-Villaverde）共同發表一份 Covid-19 疫情對各國總體經濟影響的研究報告。報告中下圖的橫軸為因染疫的每百萬人死亡人數，縱軸為 GDP 累計損失的百分比。請根據此圖表判斷下列哪些選項為真。



- (1) Taiwan 是圖中唯一 GDP 沒有累計損失的國家。
- (2) 圖中顯示 United States 因染疫的死亡率是 Taiwan 的 10 倍以上。
- (3) 圖中所有國家的平均死亡率，就是各別國家死亡率的算術平均數。
- (4) 如果小綠想重新製圖，將縱軸的數據改成「GDP 累計成長的百分比」，則此二維數據的相關係數不變。
- (5) 如果小綠想重新製圖，將橫軸的數據改成「因染疫的每千萬人死亡人數」，則此二維數據的回歸直線斜率會變成原來的 10 倍。

7. 已知 $\vec{a} = (1, 1)$ 、 $\vec{b} = (-1, 2)$ ，令 $\vec{v} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，其中 t 為實數。

下列哪些選項為真？

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1, 2)$ 。
- (2) $t = \frac{1}{2}$ 時， $\vec{v}$ 平分 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的夾角。
- (3) $|\vec{v}|$ 有最小值時， $t = -\frac{2}{5}$ 。
- (4) $\vec{v}$ 與 $\vec{a}$ 可能垂直。
- (5) 若 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的正射影為 $r\vec{a}$ ，則 $r < 0$ 。

8. 坐標空間中有一個半徑為 8 的球面，其球心為原點 O ， z 軸正向為北方，赤道在 xy 平面上， x 軸正向與赤道交於 A 點，且 A 點在 0 度經線上。已知球面上的 P 點位於北緯 30 度、東經 120 度，則下列何者正確？

(1) A 點的空間坐標為 $(8,0,0)$ 。

(2) P 點的空間坐標為 $(-2\sqrt{3}, 6, 4)$ 。

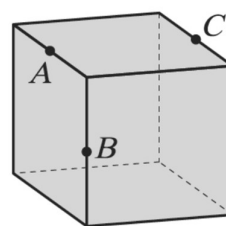
(3) 球面另一點 Q ，其空間坐標為 $(-2\sqrt{3}, 2, 4\sqrt{3})$ ，則 Q 點位於北緯 30 度

(4) 承(3)， Q 點位在東經 120 度。

(5) P 、 Q 之球面距離大於 4

三、填充題（每題 5 分，共 15 分。答案均需化為最簡形式。）

9. 右圖為邊長 10 的正立方體， A 、 B 、 C 各為所在邊之中點，若通過 A 、 B 、 C 三點的平面與此立方體表面相截，則該截痕的面積為 $\frac{\square\square\square\sqrt{\square}}{\square\square}$ 。



10. 已知平面上有 $\triangle ABC$ ，其中三邊長分別為 $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=7$ 、 $\overline{CA}=8$ 。

$$\text{則 } \sin C = \frac{\frac{\square\sqrt{\square}}{\square\square}}{\square\square}。$$

11. 已知 T 、 F 、 G 均為二階方陣，且滿足 $TFG=I$ ，其中 I 為單位方陣。

$$\text{若 } T = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \text{ 且 } G = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \text{ 則 } F = \frac{\begin{bmatrix} \frac{\square}{\square} & \square \\ \frac{\square\square}{\square\square} & \frac{\square}{\square} \end{bmatrix}}{\square}。$$

四、混合題（每小題 5 分，共 15 分。）

（非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。）

消費者購物時，會獲得一張八位數字號碼（可從 00000000~99999999）的紙本統一發票，下表是某一期發票的對獎號碼與獲得獎金規則，每一張發票可兌換的獎項只能選擇獎金較高的獎項，不可重複兌換。

在 2022 年 12 月 12 日的綠園校慶園遊會，小綠參加某攤位舉辦的抽獎活動，他隨機抽取八位數字號碼（也可從 00000000~99999999），對獎的號碼與獎金比如下表的統一發票號碼與獎金：

年月份	2022 年 09~10 月
特別獎	11174120 同期統一發票收執聯 8 位數號碼與特別獎號碼相同者獎金 1,000 萬元
特獎	59276913 同期統一發票收執聯 8 位數號碼與特獎號碼相同者獎金 200 萬元
頭獎	18079936 20591738 64500205 同期統一發票收執聯 8 位數號碼與頭獎號碼相同者獎金 20 萬元
二獎	同期統一發票收執聯末 7 位數號碼與頭獎中獎號碼末 7 位相同者各得獎金 4 萬元
三獎	同期統一發票收執聯末 6 位數號碼與頭獎中獎號碼末 6 位相同者各得獎金 1 萬元
四獎	同期統一發票收執聯末 5 位數號碼與頭獎中獎號碼末 5 位相同者各得獎金 4 千元
五獎	同期統一發票收執聯末 4 位數號碼與頭獎中獎號碼末 4 位相同者各得獎金 1 千元
六獎	同期統一發票收執聯末 3 位數號碼與頭獎中獎號碼末 3 位相同者各得獎金 2 百元

（開獎日期：2022 年 11 月 25 日）

12. （單選題）小綠獲得「三獎」的機率為

- (1) $\frac{3}{10^8}$ (2) $\frac{30-3}{10^8}$ (3) $\frac{300}{10^8}$ (4) $\frac{300-3}{10^8}$ (5) $\frac{300-30}{10^8}$

13. （非選擇題）若已知小綠中獎，則他中了六獎的機率為何？

14. （單選題）設小綠獲得獎金的期望值為 E 元，則下列何者正確？

- (1) $1 \leq E < 1.2$ (2) $1.2 \leq E < 1.4$ (3) $1.4 \leq E < 1.6$
(4) $1.6 \leq E < 1.8$ (5) $1.8 \leq E < 2$

台北市立第一女子高級中學 111 學年度 第一學期
高三期末考(數 B 班) 答案卷

一、單一選擇題（每題 5 分，共 15 分。）

1.	2.	3.

三年 _____ 班 _____ 號

姓名： _____

二、多重選擇題（共 50 分。）

4.	5.	6.	7.	8.

三、填充題（每題 5 分，共 20 分。答案均需化為最簡形式。）

9.	10.	11.

四、混合題（每小題 5 分，共 15 分。）

12. 答案： _____	13.
14. 答案： _____	

台北市立第一女子高級中學 111 學年度 第一學期
 高三期末考(數 B 班) 解答

一、單一選擇題（每題 5 分，共 15 分。）

1.	2.	3.
(3)	(1)	(1)

二、多重選擇題（共 50 分。）

4.	5.	6.	7.	8.
(1)(2)(4)	(1)(3)	(1)(2)	(4)	(1)(2)(5)

三、填充題（每題 5 分，共 20 分。答案均需化為最簡形式。）

9.	10.	11.
$50\sqrt{2}$	$\frac{5\sqrt{3}}{14}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{5}{12} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$

四、混合題（每小題 5 分，共 15 分。）

12. 答案：(5)	13. $\frac{135000}{150001}$
14. 答案：(1)	