

★ 試卷中若無特別說明，符號 $[x]$ 皆為高斯函數，即 $[x]$ 表示小於等於 x 的最大整數值

一、單選題（共 10 分）

- 無窮等比級數 $2022 - 2022 + 2022 - 2022 + \dots$ 的和為何？
(A) -2022 (B) 0 (C) 1011 (D) 2022 (E) 發散
- 方程式 $[x] = (x-1)^3$ 有幾個實根？
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

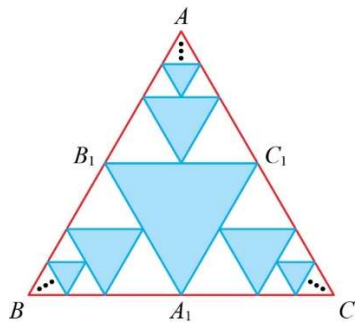
二、多選題（共 30 分）

- 下列哪些正確？
(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2022}{n} = 0$
(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{2022n} = 0$
(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{(n-2022)^2} = 0$
(D) $\lim_{n \rightarrow \infty} (0.9999)^n = 0$
(E) 已知對於所有正整數 n ，數列 a_n 皆滿足 $-\frac{n}{2022} < a_n < \frac{n}{2022}$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
- 下列關於函數 $f(x) = 1.11^x$ 的敘述，有哪些正確？
(A) 若 $x_1 < x_2$ ，則 $f(x_1) > f(x_2)$
(B) 若 $x_1 < x_2 < 0$ ，則 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \leq f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$
(C) 其值域為所有實數
(D) 將其適當平移後，可得 $y = 2(1.11^x)$
(E) 若將其往右移 2、上移 3，則新圖形的方程式為 $y - 3 = 1.11^{x-2}$
- 小綠自 111 年 1 月起，每月 1 日均存入銀行 1000 元，言明以月利率 0.7% 按月複利計息，到 112 年 1 月 1 日提出。小青則於 111 年 1 月起，每季（一月、四月、七月、十月）1 日均存入銀行 3000 元，亦以月利率 0.7% 按月複利計息，到 112 年 1 月 1 日提出。一整年中，兩人都存入本金 12000 元。提出時，小綠得本利和 A 元，小青得本利和 B 元。問下列選項何者為真？
(A) $A > B$
(B) $A = 1000 \sum_{k=1}^{12} \left(\frac{1007}{1000}\right)^k$
(C) $B = 3000 \sum_{k=1}^4 \left(\frac{1007}{1000}\right)^k$
(D) $A < 12000 \times \left(\frac{1007}{1000}\right)^{12}$
(E) $B > 12000 \times \left(\frac{1007}{1000}\right)^{12}$

三、填充題（共 50 分）

6. 請將循環小數 $4.0\overline{9}$ 寫為最簡分數：_____
7. 試求無窮等比級數 $1 - \frac{1}{11} + \frac{1}{121} - \dots$ 的和：_____ (若該和存在，請化為最簡分數；若不存在，請寫“不存在”)
8. 已知 $f(x) = x^2 - 3x - 1$ ，且 $f(x-10) = g(x-11)$ ，則 $g \circ f(1) =$ _____
9. 已知 $f(x) = \frac{1}{(x-1)\sqrt{x}}$ ，請寫出 $f(x)$ 的定義域 _____
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{11}{x(x+11)} \right) =$ _____
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{|x-1|}{x^5 + 3x - 1} \right) =$ _____
12. 已知 $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x^2 + ax + b}{x - 11} = 111$ ，求實數對 $(a, b) =$ _____
13. 若 a, b 為實數，且 $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x < 1 \\ x^2 - 2x + a, & x > 1 \\ b & x = 1 \end{cases}$ 是連續函數，則數對 $(a, b) =$ _____
14. 已知 $(x-2022)^3 - 3(x-2022) - 1 = 0$ 有三個實根，且最大根為 α 滿足 $k < \alpha < k+1$ ，其中 k 為整數，則 $k =$ _____

15. 如下圖， $\triangle ABC$ 是邊長為 1 的正三角形，連接各邊中點得四個全等的小正三角形後，將中間的小正三角形挖空，(即將灰色的 $\triangle A_1B_1C_1$ 從圖中扣除)，而後往 A, B, C 三個頂點的方向不斷地對在角落產生的三個小正三角形重複同樣步驟，將會挖空無窮多個灰色正三角形，則剩下的面積為 _____



四、混合題（共 10 分）

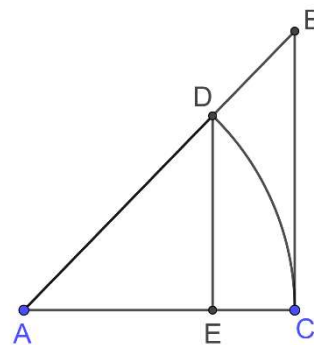
16. 如右下圖。直角三角形 ABC 中， $\angle A = \theta$ 、 $\angle C = \frac{\pi}{2}$ ，且 $\overline{AC} = 1$ ，今以 A 為圓心， $\overline{AC}$ 為半徑畫圓弧交 $\overline{AB}$ 於 D ，可得一扇形 ACD ，再過 D 作 $\overline{AC}$ 的垂線，其垂足為 E 。

(1) 三角形 ABC 的面積及扇形 ACD 的面積依序為：(____、____)(填以下代碼) (2 分)

- (A) $\frac{\theta}{2}$ (B) $\frac{\theta}{2}\pi$ (C) $\frac{\sin \theta}{2}$ (D) $\frac{\cos \theta}{2}$ (E) $\frac{\tan \theta}{2}$

(2) 試證明：當 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ 時， $\sin \theta \leq \theta \leq \tan \theta$ (3 分)

(3) 承(2)，試證明：當 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 時， $\cos \theta \leq \frac{\sin \theta}{\theta} \leq 1$ ，並求 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sin \theta}{\theta}$ (5 分)



★ 試卷中若無特別說明，符號 $[x]$ 皆為高斯函數，即 $[x]$ 表示小於等於 x 的最大整數值

三年____班 ____號 姓名：_____

一、單選題（共 10 分）

1.	2.

二、多選題（共 30 分）

3.	4.	5.

三、填充題（共 50 分）

6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.

四、混合題（共 10 分）

16.(1) (____、____) (2 分)
16.(2) 試證明：當 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ 時， $\sin \theta \leq \theta \leq \tan \theta$ (3 分)
16.(3) 承(2)，試證明：當 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 時， $\cos \theta \leq \frac{\sin \theta}{\theta} \leq 1$ ，並求 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sin \theta}{\theta}$ (5 分)

★ 試卷中若無特別說明，符號 $[x]$ 皆為高斯函數，即 $[x]$ 表示小於等於 x 的最大整數值

一、單選題（共 10 分）

1.	2.
E	B

二、多選題（共 30 分）

3.	4.	5.
AD	DE	BD

三、填充題（共 50 分）

6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{41}{10}$	$\frac{11}{12}$	9	$\{x \mid x > 0, x \neq 1\}$	$\frac{1}{11}$
11.	12.	13.	14.	15.
-1	(89, -1100)	(3, 2)	2023	$\frac{\sqrt{3}}{8}$

四、混合題（共 10 分）

16.(1) (__E__ 、 __A__) (2 分)
16.(2) 試證明：當 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ 時， $\sin \theta \leq \theta \leq \tan \theta$ (3 分)
16.(3) 承(2)，試證明：當 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 時， $\cos \theta \leq \frac{\sin \theta}{\theta} \leq 1$ ，並求 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sin \theta}{\theta}$ (5 分)