

111 學年度第一學期第三次定期考高一數學試題

命題範圍：第三章 多項式

一、單選題(每題 6 分，共 18 分)

1. 已知二次函數 $y = f(x)$ 圖形的頂點為 $(1, 5)$ ，且 $f(-1) = -3$ 。
請問 $f(3)$ 之值為下列哪一選項？
(1) -13 (2) -3 (3) 0 (4) 3 (5) 13
2. 已知三次函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為點 $(1, 2)$ ，且 $f(-1) = -3$ 。
請問 $f(3)$ 之值為下列哪一選項？
(1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 條件不足，無法確定
3. 設 a, b 為實數，已知多項式 $f(x) = ax^8 - bx^6 + 2x + 5$ 除以 $x - 3$ 的餘式為 8 ，則 $f(x)$ 除以 $x + 3$ 的餘式為下列哪一選項？
(1) -1 (2) -2 (3) -3 (4) -4 (5) -5

二、多選題(每題 8 分，共 40 分)

說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分；答錯多於 3 個選項或未作答者，該題以零分計算。

1. 設一次函數 $f(x)$ 滿足 $f(1) = 1$ ， $f(2) = -1$ ，且 $y = f(x)$ 的圖形是直線 L ，試選出正確的選項。
(1) $f(3) = 3$ (2) L 的斜率等於 $\frac{f(2023) - f(112)}{2023 - 112}$
(3) 每當 x 增加 1 單位時，其相對應的函數值增加 3 單位
(4) $f(x) > 1$ 的解為 $x > 1$
(5) 將 $y = f(x)$ 的圖形 L 向下平移 2 單位，再向右平移 1 單位所得的圖形仍然是直線 L
2. 已知三次函數 $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形如右所示，試選出正確的選項。
(1) $a > 0$ (2) $b > 0$ (3) $c > 0$ (4) $d < 0$ (5) $b^2 + ac > 0$
3. 已知 $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ 的圖形，可經由 $y = g(x) = ax^3 + px$ 的圖形平移得到。試選出正確的選項。
(1) $a + p = 3$ (2) $y = g(x)$ 的圖形與 x 軸有三個相異的交點

- (3) 若點 (h, k) 是 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心，則 $h + k = 2$
- (4) $y = f(x)$ 的圖形在 $x = -1$ 附近的局部特徵近似於直線（一次近似）
 $y = 2x + 3$
- (5) 計算 $f(-0.99)$ 到小數點後第二位（第三位四捨五入）的近似值為 1.05
4. 設 a, b 皆為異於 0 的實數，若多項式 $f(x)$ 除以 $ax + b$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 r ，試選出正確的選項。
- (1) $f(x)$ 除以 $3(ax + b)$ 的商式為 $3q(x)$ (2) $3f(x)$ 除以 $ax + b$ 的餘式為 $3r$
- (3) $f(-x)$ 除以 $ax - b$ 的商式為 $q(-x)$ (4) $f(\frac{bx}{a})$ 除以 $x + 1$ 的餘式為 $\frac{br}{a}$
- (5) $2xf(x)$ 除以 $ax + b$ 的餘式為 $-\frac{2br}{a}$
5. 已知 $x^2 - x - 2$ 是 $f(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + ax + b$ 的因式。試選出正確的選項。
- (1) $f(x)$ 的係數和為 0 (2) $f(0) = 6$ (3) $a - b = 1$
- (4) $f(-3) = 0$ (5) $f(x) \leq 0$ 的整數解有 2 個

三、填充題 (7 格，共 42 分)

每格完全答對才給分，配分如下表所示。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7
得 分	10	18	24	30	35	39	42

1. 設 $p(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$ ， $q(x) = 4x^4 + 3x^5 + 2x^6 + x^7$ ，則它們的乘積 $p(x) \cdot q(x)$ 展開式中 x^7 的係數為_____。
2. 設 $f(x) = 3x^5 - 11x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 4x$ ，則 $f(-\frac{1}{3})$ 之值為_____。
3. 若不等式 $(x^2 - x + 1)(ax^2 + bx + 4) < 0$ 的解為 $x > 1$ 或 $x < -\frac{4}{3}$ ，則 $bx^2 + ax + 4 > 0$ 的解為_____。
4. 已知二次函數 $y = kx^2 - 2kx + 3$ 在 $-2 \leq x \leq 3$ 的範圍內， y 的最大值為 5，則實數 k 的值為_____。(有兩個解)
5. 已知三次函數 $y = f(x)$ 圖形的廣域特徵近似於曲線 $y = 2x^3$ ，且 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為 10， $f(x)$ 除以 $x - 2$ 的餘式為 20，則 $f(3) - f(0)$ 之值為_____。
6. 已知二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形在 $x = 2$ 附近的局部特徵近似於直線（一次近似） $y = x - 2$ ，設 $g(x) = xf(x)$ ，若 $y = g(x)$ 的圖形在 $x = 2$ 附近的局部特徵會近似於直線（一次近似） $y = mx + k$ ，則數對 (m, k) 為_____。
7. 已知二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形過點 $(c, 5)$ ，且對稱軸為 $x = 1$ ，又不等式 $ax^2 + bx + c - 5 > 0$ 無解，則序組 (a, b, c) 為_____。