

台中市文華高中 111 下高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 在 2 與 14 中間插入 5 個數使其成為首項為 2 的等差數列，設插入的 5 個數分別為 b_1 、 b_2 、 b_3 、 b_4 、 b_5 ，則 $b_4 = ?$

(1) 10

(2) 11

(3) 12

(4) 13

(5) 14

2. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_n = \frac{1 + a_{n-1}}{5 - 4a_{n-1}}, \quad n \geq 2 \end{cases}$$

則此數列第 113 項化成最簡分數後的分母為何？

(1) 221

(2) 223

(3) 225

(4) 227

(5) 229

二、多選題（占 18 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

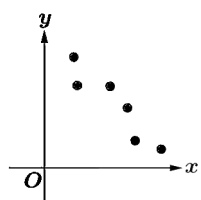
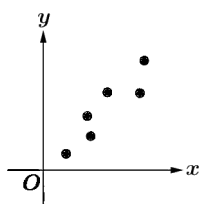
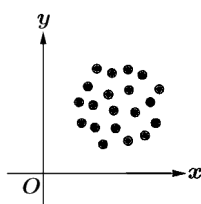
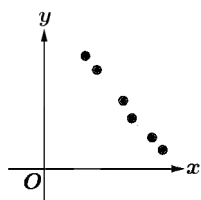
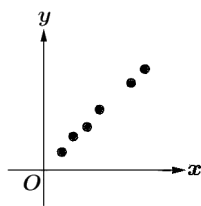
3. 有五筆資料 $x_1 = 3$ ， $x_2 = 5$ ， $x_3 = 7$ ， $x_4 = 11$ ， $x_5 = 14$ ，若 $y_i = -2x_i + 13$ ， $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ，則下列何者正確？

- (1) $x_1 \sim x_5$ 的算數平均數為 8
- (2) $x_1 \sim x_5$ 的標準差為 4
- (3) $y_1 \sim y_5$ 的算數平均數為 -3
- (4) $y_1 \sim y_5$ 的標準差為 5
- (5) 數對 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, 3, 4, 5$ 的相關係數為 -1

4. 已知有一組資料 $a_1, a_2, \dots, a_{101}$ 為等差數列，請選出正確的選項：

- (1) 此組資料的中位數必為 a_{51}
- (2) 此組資料的第一四分位數必為 $\frac{a_{25} + a_{26}}{2}$
- (3) 此組資料的算術平均數必為 a_{51}
- (4) 此組資料的第三四分位數必大於第 70 百分位數
- (5) 此組資料的標準差必大於 27 倍公差

5. 下列五個圖中 xy 的相關係數由左至右分別為 r_1 、 r_2 、 r_3 、 r_4 、 r_5 ，試問下列何者正確？



(1) r_3 是最小的

(2) r_1 是最大的

(3) $r_2 < r_5$

(4) $|r_1| > |r_5|$

(5) $|r_2| < |r_4|$

三、填充題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 15 題，每題 6 分。

6. 對任何的正整數 n ， $2 \times 13^n - 2^{2n+1}$ 都是正整數 k 的倍數，
則 k 值最大為【 】。

7. 有一個等差數列第 1 項與第 7 項的和為 1，第 93 項與第 99 項的和為 39，求此等差數列前 99 項的和為【 】。

8. 設 $a_1, a_2, \dots, a_5$ 為等比數列且皆為實數，若二元一次聯立方程組

$$\begin{cases} a_1x + a_2y = 4 \\ a_4x + a_5y = 1372 \end{cases}$$

的 (x, y) 有解，則此等比數列的公比為【 】。

9. 文文高中數學科成績計算方式為開學考占總成績的 5%，第一、二、三次期中考各占總成績的 20%，平時成績占總成績的 35%，若此校的學生珍嫻數學開學考考 70 分，第一、二次期中考分別考 37、48 分，且在第三次期中考前數學教師公布珍嫻的平時成績為 74 分，則珍嫻在第三次期中考至少需考【 】分才能使總成績達及格分數 60 分。

10. 遞迴數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} + 2n, n \geq 2 \end{cases}$ ，則 $a_{12} =$ 【 】。

11. 華華高中，高一某次段考全校英文平均為 68.8 分，標準差為 6.2 分；數學平均為 60.3 分，標準差為 9.3 分，政肱是此校的高一生，他在該次段考英文考 78 分且數學在全校成績相對來說考得比英文好，若成績皆為整數，試求政肱數學最少考【 】分。

12. 證衡期許自己的投資功力可以比肩華倫·巴菲特，於是訂下目標，希望五年的平均投資報酬率可以達到 20%，而在開始執行後，發現前三年的投資報酬率分別為 -20%、60%、-40%，則證衡在後兩年的平均投資報酬率需達【 】%，才能完成目標。

13. $1 \times 2 + 2 \times 5 + 3 \times 10 + 4 \times 17 + 5 \times 26 + \dots + 20 \times 401 =$ 【 】。

14. 設有 10 筆二維數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, 10$ ，設 $x_1 \sim x_{10}$ 的平均數為 μ_x ，標準差為 25； $y_1 \sim y_{10}$ 的平均數為 μ_y ，標準差為 4，若 $(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_{10} - \mu_x)(y_{10} - \mu_y) = 700$ ，則此 10 筆資料的相關係數為【 】。

15. 鄭弦 在台中買了一間房子，於 2020 年 1 月 1 日向銀行貸款 10529000 元，預計分 30 年還清。從 2020 年 1 月開始，每月月底攤還銀行相同的金額，最後在 2049 年 12 月 31 日可還完，若年利率為 2.4%，每月複利計息一次，則鄭弦 每月月底大約應還銀行【 】元。

(小數點以下四捨五入， $(1.002)^{360} = 2.0529$)

第貳部分：混合題 (占 12 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

16 – 18 題組

設 $S_n = 1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \cdots + (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$ ，試回答下列問題：

16. $S_5 = ?$ (單選題，4 分)

(1) 15

(2) 25

(3) 35

(4) 45

(5) 55

17. Sine 以其對數字的敏銳度猜出 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{\alpha}$ ，則 α 值為【 】。

(填充題，2 分)

18. 請用數學歸納法幫 Sine 證明

$1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \cdots + (1 + 2 + 3 + \cdots + n) = \frac{n(n+1)(n+2)}{\alpha}$ 。(非選擇題，6 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1
2. 4
3. 1235
4. 13
5. 234
6. 18
7. 990
8. 7
9. 68
10. 157
11. 75
12. 80
13. 44310
14. 0.7
15. 41058

第貳部分：混合題

16. 3
17. 6
18. 略