

台北市立第一女子高級中學 110 學年度 第 2 學期 期末考 高三數學(理組)題目卷

範圍：選修數學(甲)下--多項式函數的微積分

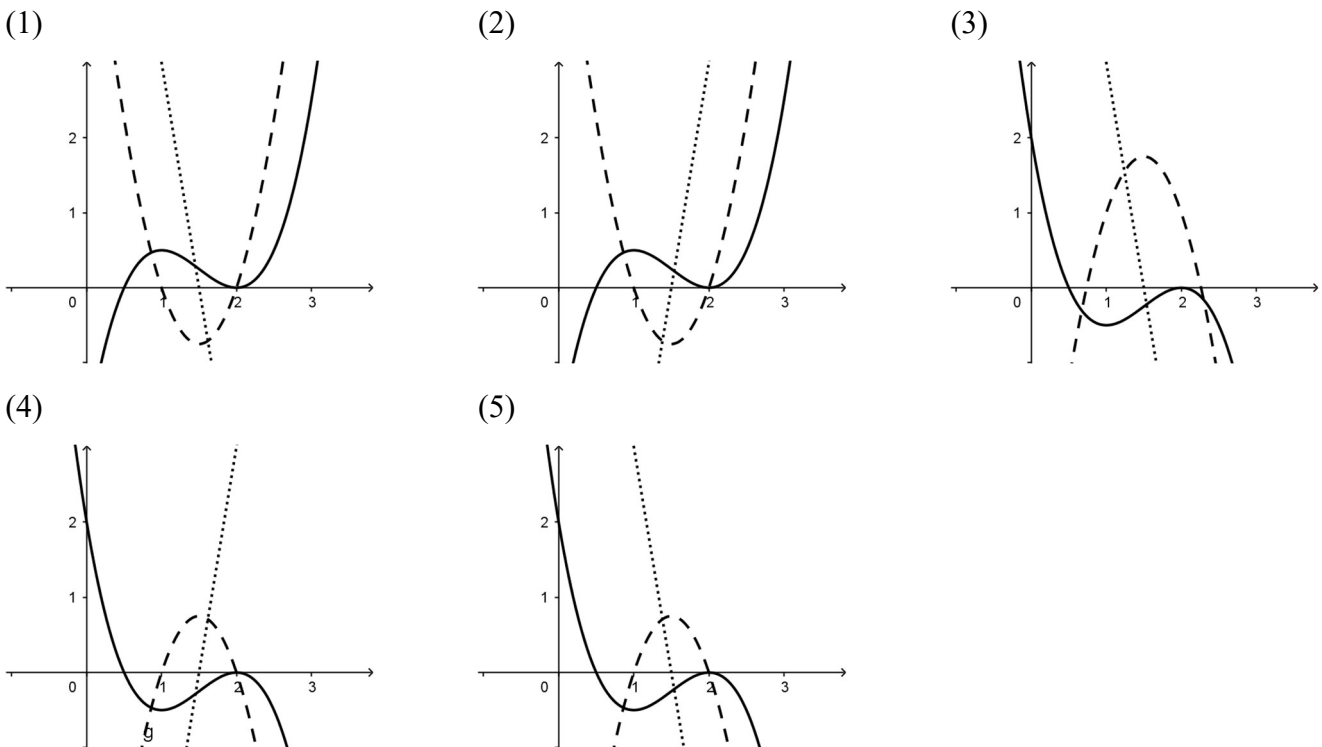
◎一直以來難解的算式，不依靠任何人，一點一點的解開，讓答案漸漸明朗。正因為認為這是理所當然的事情，所以也不曾有所懷疑。現在，就算季節將要結束，跟隨自己的也只有自己的影子——

用落花的雨，鋪滿這條冰冷的路途，請好好的引領我，好讓我不會迷失。這世界上並沒有單純用奇蹟做成的完美存在，所以，緩緩的、小心翼翼的，讓我們牽起手吧！

〈ユキトキ／融雪的幸福〉詞、歌：やなぎなぎ／作曲：北川勝利 きたがわかつとし

一、單選題(6分)

1. 多項式函數 $f(x) = -x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 6x + 2$ (以實線表示——)、一階導函數 $f'(x)$ (以粗虛線表示-----)、二階導函數 $f''(x)$ (以點虛線表示.....) 的圖形畫在同一個坐標平面上，請選出正確的選項。



二、多重選擇題（每題 10 分，每個選項 2 分，共 30 分。整題未作答者，該題不予計分。）

1. 設 $f(x)$ 為實係數四次多項式函數，試選出正確的選項。

- (1) 若 $f(x)$ 有極大值 α 、極小值 β ，則 $\alpha > \beta$
- (2) 可能恰有 3 個極值
- (3) 可能恰有 1 個反曲點
- (4) 可能恰有 1 個極值，2 個反曲點
- (5) 若 $f(x)$ 的圖形以 y 軸為對稱軸，則 $f'(x)$ 的圖形以原點為對稱點

2. 已知 $f(x) = -x^3 + x$ 、 $g(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ ，試選出正確的選項。

(1) $\int_0^4 f(x)dx = -56$

(2) $\int_{-1}^4 |f(x)|dx = \frac{225}{4}$

(3) $\int_1^2 f(x)dx < \int_2^3 f(x)dx$

(4) $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} g(x)dx = 0$

(5) $\int_{-1}^1 (3f(x) + |g(x)|)dx - 2\int_{-1}^0 g(x)dx = 0$

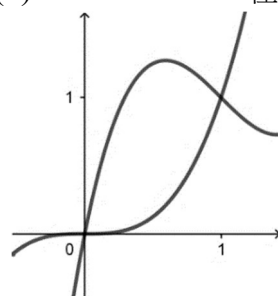
3. 咒術師五条悟的招式「無量空処」：領域展開，把對方拉進無下限的內側，強制進行無限次「知覺」與「傳導」以完成「活著」這個行為，對置身於領域內的對象灌輸無止盡的資訊，使對方的大腦失去功能。如果領域以圓柱體的形狀展開，剛開始時領域的底圓半徑原為 50 公尺，且以每秒 10 公尺等速率伸長，而領域的高度以每秒 20 公尺的速度減少，已知半徑最長只能到 68 公尺，當底圓的半徑為 52 公尺時，其體積最大。試選出正確的選項。

- (1) 0.2 秒的領域展開時，領域的體積最大
- (2) 領域展開的時間最長為 2 秒
- (3) 剛開始展開的領域高度為 56 公尺
- (4) 1 秒的領域展開時，領域的體積為 129600π 立方公尺
- (5) 領域體積最小時，領域的高度為 16 公尺

三、填充題(每格 6 分，共 54 分)

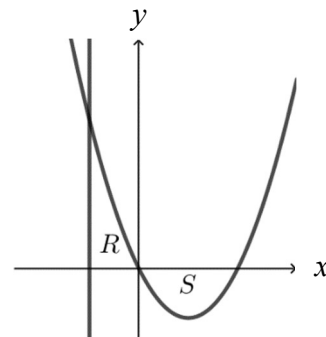
1. 已知三次函數 $f(x)$ 在 $x = -1$ 的時候有極大值 7，在 $x = 1$ 的時候有極小值 3，則 $f(x) =$ _____。

2. 五条新菜幫喜多川海夢製作衣服，需要剪裁的布料面積為函數 $f(x) = x^3$ 與 $g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 5x$ 在區間 $[0, 1]$ 所圍的封閉圖形，如圖所示，則其面積為_____。



3. 設 $f(x)$ 為實係數多項式， $f(x) = 3x^2 \int_0^2 f(t) dt + 2x$ ，則 $f(1) =$ _____。

4. 如圖，若 R 、 S 是函數 $f(x) = x^2 - 2x$ 的圖形與 x 軸、 $x = a$ ($a < 0$) 所圍成的兩個區域。已知 R 的面積與 S 的面積相等，則 $a =$ _____。



5. 已知 $a \neq 0$ ，函數 $f(x)$ 滿足 $\int_a^x f(t) dt = x^2 + bx$ ，且 $f(1) = 3$ ，求

(1) $f(x) =$ _____ (2) $(a, b) =$ _____。

6. 直線 $y = x + 1$ 與拋物線 $y = x^2 - 1$ 所圍成的封閉區域為 R ，求

(1) 封閉區域 R 的面積為_____。

(2) 封閉區域 R 繞 x 軸所成的旋轉體體積為_____。

7. 設 $k > -2$ ，若 $2x^3 + (6 - 3k)x^2 - 12kx = 0$ 有兩相異負根，則 k 的範圍為_____。

四、混合題((a)3 分 (b)4 分 (c)3 分，共 10 分，需寫出計算過程，否則不予計分)

エレンイェーガー
艾連葉卡邊唱著歌：「If I lose it all, slip and fall. I will never look away. If I lose it all, lose it all, lose it all」，一

邊跟著引發地鳴的上萬名超大型巨人前進，假設巨人以速度 $v(t) = -\frac{1}{240}t^2 + 50$ (公里/小時) 直線前進，

從巨人登陸馬雷大陸的東北海岸為出發點($t = 0$ 小時)(單位：小時)，試問：

(a) 巨人登陸經過半天後($t = 12$ 小時)，巨人所行進的速度為_____公里/小時。

(b) 承(a)小題，此時巨人所行進的距離為_____公里。

(c) 若ミカサ等人從巨人登陸經過 42 小時後，才從距離東北海岸 600 公里處的歐迪哈出發(位於巨人行進同方向之線段上)，搭乘飛船以等速直線前進，巨人登陸經過三天後(72 小時)，巨人和飛船同時抵達史拉托亞要塞阻止地鳴，則飛船的速度為_____公里/小時。

台北市立第一女子高級中學 110 學年度 第 2 學期 期末考 高三數學(理組)答案卷

高三_____班 座號_____號 姓名_____

一、單選題(6分)

1.

二、多重選擇題（每題 10 分，每個選項 2 分，共 30 分。整題未作答者，該題不予計分。）

1.	2.	3.
----	----	----

三、填充題(每格 6 分，共 54 分)

1.	2.	3.	4.
5.(1)	5.(2)	6.(1)	6.(2)
7.			

四、混合題((a)3 分 (b)4 分 (c)3 分，共 10 分，需寫出計算過程，否則不予計分)

--

台北市立第一女子高級中學 110 學年度 第 2 學期 期末考 高三數學(理組)答案卷

高三_____班 座號_____號 姓名_____

一、單選題(6分)

1.
5

二、多重選擇題（每題 10 分，每個選項 2 分，共 30 分。整題未作答者，該題不予計分。）

1.	2.	3.
1245	15	134

三、填充題(每格 6 分，共 54 分)

1.	2.	3.	4.
$x^3 - 3x + 5$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{7}$	-1
5.(1)	5.(2)	6.(1)	6.(2)
$2x + 1$	$(-1, 1)$	$\frac{9}{2}$	$\frac{20}{3}\pi$
7.			
$-\frac{2}{3} < k < 0$			

四、混合題((a)3 分 (b)4 分 (c)3 分，共 10 分，需寫出計算過程，否則不予計分)

(a) 49.4 公里/小時 (b) 597.6 公里 (c) 82.72 公里/小時
--