

# 110 學年度第一學期第二次定期考高一數學試題

命題範圍：第二章直線與圓

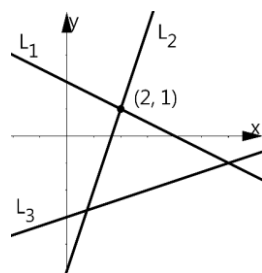
## 一、單選題（每題 4 分，共 8 分）

1. 如右下圖， $x, y$  的單位相等，設三直線

$$L_1: y = ax + b, L_2: y = cx + d, L_3: y = ex + f,$$

$a, b, c, d, e, f$  皆為實數，則下列哪個選項的值最小？

- (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $d$  (D)  $f$



2. 坐標平面上兩圖形  $\Gamma_1: (x-1)^2 + y^2 = 2$ ， $\Gamma_2: (x+y)^2 = 4$ ，請問  $\Gamma_1, \Gamma_2$

共有多少個交點？ (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個

## 二、多選題（每題 8 分，共 32 分）

錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上選項或空白得 0 分。

1. 坐標平面上，已知有三直線  $L_1: 2x + 3y = 1$ 、 $L_2: 6x + ay = -10$ 、

$L_3: bx - 6y = 24$ ，若  $L_1, L_2, L_3$  可圍成一個直角三角形，則下列哪些實數對可以是  $(a, b)$  的值？

- (A)  $(-6, 4)$  (B)  $(-4, -30)$  (C)  $(0, 0)$  (D)  $(-17, 9)$  (E)  $(-4, -4)$

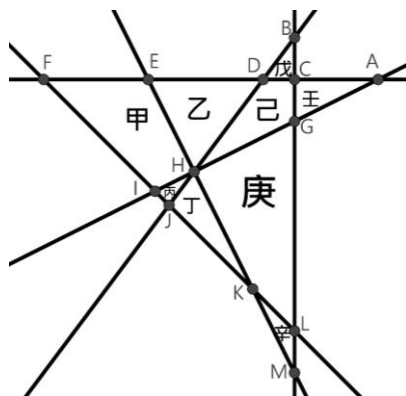
2. 坐標平面上，已知有兩點  $A(4, 2), B(1, 8)$ ，若分別在  $x$  軸與  $y$  軸上取兩點  $P, Q$ ，並滿足  $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$  有最小值  $k$  ( $k$  為實數)，請選出正確的選項。

- (A)  $k = 3\sqrt{5}$  (B)  $P$  點坐標為  $(3, 0)$  (C)  $Q$  點坐標為  $(0, 3)$

- (D)  $\overline{PQ}$  所在之直線方程式為  $2x + y = 6$

- (E) 若  $O(0, 0)$  為原點，則  $\triangle OPQ$  的面積為 9。

3. 如右圖，坐標平面上，已知有六條線，方程式分別為： $x=3$ 、 $y=7$ 、 $x+y=4$ 、 $2x+y=6$ 、 $x-2y=-9$ 、 $4x-3y=-12$ ，請選出正確的選項。



(A)  $\overline{BJ}$  所在的直線方程式為  $4x-3y=-12$

(B)  $H$  的點坐標為  $(0,4)$

(C) 滿足聯立不等式 
$$\begin{cases} y \leq 7 \\ x+y \geq 4 \\ 4x-3y \geq -12 \\ 2x+y \leq 6 \end{cases}$$
 的圖形區塊為「丁」

(D) 設直線  $L: y=m(x-7)$ ，其中  $m$  為實數，若  $L$  從圖中 13 個點擇一通過，則當  $L$  通過點  $M$  時， $m$  有最小值。

(E) 已知點  $P(x_0, y_0)$  在圖形區塊「己」中(含邊界)，則  $\frac{y_0-4}{x_0-2}$  沒有最大值。

4. 在坐標平面上，下列哪些條件恰可決定一圓？

(A) 過二點  $(3,1), (-3,1)$  且圓心在  $x$  軸上

(B) 過二點  $(3,1), (-3,1)$  且圓心在  $y$  軸上

(C) 過三點  $(0,-3), (-1,0), (3,-12)$

(D) 過四點  $(13,0), (0,13), (-13,0), (-5,12)$

(E) 圓心在直線  $2x+3y=5$  上，且與  $x$  軸,  $y$  軸均相切。

### 三、填充題（每題 6 分，共 42 分）

1. 將直線  $L_1: 3x-4y+4=0$  向右平移 12 個單位得  $L_2$ ，則  $L_2$  需再向上平移 \_\_\_\_\_ 個單位得  $L_3$ ，使得  $L_3$  和  $L_1$  重合。

2. 坐標平面上，已知兩點  $A(0, 2), B(2, 6)$ ，設  $P$  為直線  $L: 5x + 3y = 3$  上一點，且  $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則  $P$  點坐標為\_\_\_\_\_。
3. 若一圓  $C$  過點  $A(2, -1)$ ，且切直線  $L: 3x - y = 17$  於點  $B(6, 1)$ ，則此圓  $C$  之方程式為\_\_\_\_\_。
4. 坐標平面上，已知三點  $A(6, 6), B(-2, 0), C(2, -2)$ ， $k$  為實數，若  $P(k, k-1)$  為  $\triangle ABC$  內部一點(不包含邊界)，則  $k$  的範圍為\_\_\_\_\_。
5. 坐標平面上，已知直線  $L_1: 3x + 4y = 24$  和二坐標軸圍成三角形  $\triangle AOB$ ，設圓  $C$  為  $\triangle AOB$  之內切圓，又直線  $L_2$  平行  $L_1$  且和圓  $C$  相切，則  $L_1$ 、 $L_2$  與二坐標軸圍成的面積為\_\_\_\_\_。
6. 坐標平面上，已知點  $P(1, 2)$  與二直線  $L_1: 2x + y - 11 = 0$ 、 $L_2: x - 3y + 19 = 0$ 。設過  $P$  的直線  $L$  分別交  $L_1$ 、 $L_2$  於點  $A, B$ ，且  $P$  為線段  $\overline{AB}$  上一點，若  $\overline{PB} = 2\overline{PA}$ ，則  $L$  之直線方程式為\_\_\_\_\_。
7. 坐標平面上，若  $A(5, -5)$  處有一點光源，則將圓  $C: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$  投射在直線  $L: x - y + 4 = 0$  上的影長為\_\_\_\_\_。

#### 四、計算題（共 18 分）

設  $k$  為實數，兩直線  $L_1: (k+1)x - y + (-2k-3) = 0$ 、

$L_2: x + (k+1)y + (-k+1) = 0$ ，兩直線交於點  $P$ 。請回答下列問題：

- (1) 若不論  $k$  為任何實數， $L_1$  恆過定點  $A$ 、 $L_2$  恆過定點  $B$ ，則  $A$  與  $B$  兩點的坐標分別為何？(4 分)
- (2) 請用  $k$  分別表示  $L_1$  及  $L_2$  的斜率。(4 分)
- (3) 試證：點  $P$  的軌跡在一圓上。(4 分)
- (4) 承上題，求①此圓的圓心坐標、②此圓的半徑、③動點  $P$  的軌跡方程式。(6 分)